

№1(56) 2009

Выпуск 9/1

НАУЧНЫЙ РЕЦЕНЗИРУЕМЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1995 г.

**Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук**

**Учредитель:**

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Белгородский государственный университет»

**Издатель:**

Белгородский государственный университет.  
Издательство БелГУ

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-21121 от 19 мая 2005 г.

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА**

Главный редактор

**Дятченко Л.Я.**  
ректор Белгородского государственного университета, доктор социологических наук, профессор

Зам. главного редактора

**Давыденко Т.М.**  
проректор по научной работе Белгородского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор

Ответственный секретарь

**Московкин В.М.**  
заместитель по инновационной деятельности проректора по научной работе Белгородского государственного университета, доктор географических наук, профессор кафедры мировой экономики

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ЖУРНАЛА**

Председатель редколлегии

**Дятченко Л.Я.**  
ректор Белгородского государственного университета, доктор социологических наук, профессор

Главный редактор

**Шатовалов В.А.**  
доктор исторических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

Заместители главного редактора

**Жилков Е.Г.**  
доктор технических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Ломовцева О.А.**

доктор экономических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Шатохин И.Т.**

кандидат исторических наук, доцент (Белгородский государственный университет)

**Шилов В.Н.**

доктор философских наук, профессор (Белгородский государственный университет)

Ответственный секретарь

**Колесникова В.Л.**  
кандидат исторических наук (Белгородский государственный университет)

## НАУЧНЫЕ ВЕДОМОСТИ

Белгородского государственного университета

История Политология Экономика  
Информатика

Belgorod State University

Scientific bulletin

History Political science Economy

Information technology

### СОДЕРЖАНИЕ

#### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Метод частотно-временного анализа сигналов. **С.П. Белов, Е.И. Прохоренко, А.С. Белов 5**

Процедура экономизации и синтез регуляторов для нелинейных систем. **В.И. Капалин, Нгуен Дуи Чинь 13**

Математическая модель политики информационной безопасности подсистемы эталонной автоматизированной системы обработки данных на основе ЭМЗАС-сети. **А.С. Дубровин, В.И. Сумин 28**

Математическое моделирование систем накопительных фондов. **М.Ф. Тубольцев 47**

Моделирование решающих функций при обнаружении объектов по радиолокационным данным. **Е.В. Бурданова, А.П. Денисов 53**

О методе решения главной геодезической задачи на основе целочисленного интегрирования. **Б.А. Татаринovich, М.И. Бидыло, А.А. Черноморец 58**

#### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ

Методы расчета структурной надежности многоцелевых территориальных мультисервисных систем связи. **Н.Н. Тютин, И.М. Успенский, С.М. Чудинов, О.Н. Кривошеев 62**

Оценивание эффективности сервисного обслуживания телерадиосети на основе системно-объектной модели. **С.Н. Трубицын 71**

Оценка эффективности функционирования тренажерных систем с распределенной обработкой данных. **А.Н. Привалов 81**

Формализация бизнеса с помощью графоаналитических моделей. **А.Г. Жихарев, С.И. Маторин, М.В. Михелев, Н.В. Цоцорина 86**

#### ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Методы исследования и оценки функциональной надежности сложных мультисервисных систем. **С.Н. Маликов, Н.Н. Тютин, О.Н. Чванин, С.М. Чудинов, О.Н. Кривошеев 95**

Оптимизация ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга для



Члены редколлегии

**Абрамзон М.Г.**, доктор исторических наук, профессор (Магнитогорский государственный университет)

**Амоша А.И.**, доктор экономических наук, профессор, академик НАН Украины (Институт экономики промышленности НАН Украины, г. Донецк)

**Болгов Н.Н.**, доктор исторических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Глухова А.В.**, доктор политических наук, профессор (Воронежский государственный университет)

**Давнис В.В.**, доктор экономических наук, профессор (Воронежский государственный университет)

**Дмитренко В.Д.**, доктор технических наук, профессор (Харьковский национальный технический университет «ХПИ»)

**Зубарь В.М.**, доктор исторических наук, профессор (Институт археологии Национальной академии наук Украины)

**Капалин В.И.**, доктор технических наук, профессор (Московский государственный институт электроники и математики (технический университет))

**Корсунов Н.И.**, заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор (Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова)

**Литовка О.П.**, доктор географических наук, профессор (Институт проблем региональной экономики РАН, г. Санкт-Петербург)

**Лобанов К.Н.**, доктор политических наук, доцент (Белгородский юридический институт МВД России)

**Лялин В.Е.**, доктор экономических наук, профессор, (Ижевский государственный технический университет)

**Маторин С.И.**, доктор технических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Матросова Л.Н.**, доктор экономических наук, профессор (Луганский национальный педагогический университет им. Т. Шевченко)

**Молев Е.А.**, доктор исторических наук, профессор (Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского)

**Нустратуллин В.К.**, доктор экономических наук, профессор (Башкирский государственный аграрный университет)

**Павлов К.В.**, доктор экономических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Пушкарева И.М.**, доктор исторических наук, старший научный сотрудник (Институт российской истории Российской академии наук)

**Рубанов В. Г.**, заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор (Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова)

**Флигинских Т.Н.**, доктор экономических наук, профессор (Белгородский государственный университет)

**Шихвердиев А.П.**, доктор экономических наук, профессор (Сыктывкарский государственный университет)

**Шагин Э.М.**, доктор исторических наук, профессор (Московский педагогический государственный университет)

цифровых систем связи, использующих принцип FDM/OQAM передачи. **В.П. Волчков, Д.А. Петров 104**

**Сведения об авторах 115**

**Информация для второв 117**

Оригинал-макет *В.Л. Колесникова, И.В. Берлина*

E-mail: [vkolesnikova@bsu.edu.ru](mailto:vkolesnikova@bsu.edu.ru)

Подписано в печать 24.04.2009

Формат 60×84/8

Гарнитура Georgia, Impact

Усл. п. л.

Тираж 1000 экз.

Заказ

Подписные индексы в каталоге агентства

«Роспечать» – 18078,

в объединенном каталоге

«Пресса России» – 39723

Оригинал-макет тиражирован

в издательстве Белгородского государственного университета

Адрес: 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

№ 1(56) 2009  
Issue 9/1

SCIENTIFIC REVIEWING JOURNAL

Founded in 1995

The Journal is included into the nomenclature of the leading reviewing journals and publications issued in the Russian Federation that are recommended for publishing the key results of the theses for Doctor and Candidate degree-seeking.

Founder:  
State educational establishment of higher professional education "Belgorod State University"

Publisher:  
Belgorod State University  
BSU Publishing house

The journal is registered in Federal service of control over law compliance in the sphere of mass media and protection of cultural heritage

Certificate of registration of mass media  
ПИ № ФС 77-21121 May, 19 2008.

Editorial board of journal

Chief editor:  
*L.J. Djatchenko*  
Rector of Belgorod State University, doctor of sociological sciences, professor

Deputy of chief editor:

*T.M. Davydenko*  
Vice-rector for scientific research of Belgorod state university, doctor of pedagogical sciences, professor

Responsible secretary:

*V.M. Moskovkin*  
Doctor of geographical sciences, professor of world economy department

Editorial board of journal series

Chairman of editorial series:  
*L.J. Djatchenko*  
Rector of Belgorod State University, doctor of sociological sciences, professor

Chief editor:

*V.A. Shapovalov*  
Doctor of historical sciences, Professor (Belgorod State University)

Deputies of chief editor:

*E.G. Zhilyakov*  
Doctor of technical sciences, Professor (Belgorod State University)

*O.A. Lomovtseva*  
Doctor of economical sciences, Professor (Belgorod State University)

*I.T. Shatohin*  
Candidate of historical sciences, Associate professor (Belgorod State University)

*V.N. Shilov*  
Doctor of philosophical sciences, Professor (Belgorod State University)

Responsible secretary:

*V.L. Kolesnikova*  
Candidate of historical sciences (Belgorod State University)

Members of editorial board:

*M.G. Abramzon*, Doctor of historical sciences, Professor (Magnitogorsk State University)

*A.I. Amosha*, Doctor of economical sciences, Professor, Academician of Ukrainian National Academy of Sciences (Institute of economy of industry of Ukrainian National Academy of Sciences, Donetsk)

*N.N. Bolgov*, Doctor of historical sciences,

Belgorod State University  
Scientific bulletin  
History Political science Economy  
Information technology

НАУЧНЫЕ ВЕДОМОСТИ БельГУ

История Политология Экономика  
Информатика

## CONTENTS

### COMPUTER SIMULATION HISTORY

Method frequency – temporal analysis of signals. *S.P. Belov, E.I. Prohorenko, A.S. Belov* 5

Economization procedure and design of regulators for nonlinear systems. *V. Kapalin, Nguyen Duy Trinh* 13

Reference data processing system subsystem security policy mathematical model on the pssm-network basis. *A.S. Dubrovin, V.I. Sumin* 28

Mathematical modelling of systems of accumulative funds. *M.F. Tuboltsev* 47

Estimate of a probability density of decision function and select of a threshold of decision-making on presence of land objects in radar tracking systems with polarizable information processing

*E.V. Burdanova, A.P. Denesov* 53

A Method of the Solution of the main Geodetic Problem on the Basis of an Integer Solving of Elliptic Integral. *B.A. Tatarinovic, M.I. Bidylo, A.A. Chernomorets* 58

### SYSTEM ANALYSIS AND MANAGEMENT

Methods of account of structural reliability of multi-purpose territorial multiservice systems of communication. *N.N. Tjutin, I.M. Uspenskiy, S.M. Chudinov, O.N. Krivosheev* 62

Development of methods and techniques of regulatory Logistic system service teleradioseti and evaluating its effectiveness. *S.N. Trubitsin* 71

Performance evaluation of Virtual training system with Distributed Data Processing. *A.N. Privalov* 81

Formalization of buzinis with help of graphic-analytical models. *A.G. Zhikharev, S.I. Matorin, M.V. MiKhelev, N.V. Tsotsorina* 86

### INFORMATION TECHNOLOGIES AND TELECOMMUNICATION

Methods of research and rating of functional reliability of complex multiservice systems. *S.N. Malikov, N.N. Tjutin, O.N. Chvanin, S.M. Chudinov, O.N. Krivosheev* 95

Orthogonal weyl-heisenberg basis optimisation for digital communication systems based on OFDM/OQAM. *V.P. Volchkov, D.A. Petrov* 104

Information about Authors 115

Information for Authors 117



Professor (Belgorod State University)  
*A.V. Gluhova*, Doctor of political sciences,  
 Professor (Voronezh State University)  
*V.V. Davnis*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Voronezh State University)  
*V.D. Dmitrenko*, Doctor of technical  
 sciences, Professor (Kharkov National Technical  
 University)  
*V.M. Zubar*, Doctor of historical sciences,  
 Professor (Institute of archeology of Ukrainian  
 National Academy of Sciences, Kiev)  
*V.I. Kapalin*, Doctor of technical sciences,  
 Professor (Moscow State Institute  
 of electronics and mathematics (technical  
 university))  
*N.I. Korsunov*, Honoured Science Worker  
 of Russian federation, Doctor of technical  
 sciences, Professor (Belgorod State Technologi-  
 cal University named by V.G. Shuhov)  
*O.P. Litovka*, Doctor of geographical sciences,  
 Professor (Institute of regional economy  
 problems of Russian Academy of Sciences,  
 Saint-Petersburg)  
*K.N. Lobanov*, Doctor of political sciences,  
 Associate professor (Belgorod Juridical Institute  
 of Ministry of Home Affairs of Russian Federa-  
 tion)  
*V. E. Lyalin*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Izhevsk State Technical University)  
*S.I. Matorin*, Doctor of technical sciences,  
 Professor (Belgorod State University)  
*L.N. Matrosova*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Lugansk National Pedagogical  
 University named by T. Shevchenko)  
*E.A. Molev*, Doctor of historical sciences, Profes-  
 sor (Nizhniy Novgorod State University named  
 by N.I. Lobachevskiy)  
*V.K. Nustratullin*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Bashkiria State Agrarian University)  
*K.V. Pavlov*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Belgorod State University)  
*I.M. Pushkareva*, Doctor of historical sciences,  
 Senior scientific worker (Institute of Russian  
 History of Russian Academy of Sciences)  
*V.G. Rubanov*, Honoured Science Worker of Russian  
 federation, Doctor of technical sciences, Professor  
 (Belgorod State Technological University named by  
 V.G. Shuhov)  
*T.N. Fliginskikh*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Belgorod State University)  
*A.P. Shihverdiev*, Doctor of economical sciences,  
 Professor (Syktyvkar State University)  
*E.M. Shagin*, Doctor of historical sciences,  
 Professor (Moscow State Pedagogical University)  
 Regional and municipal economy  
 Investment and innovation  
 Sectoral markets and market infrastructure  
 Labor market and economy of education

Dummy layout by V.L. Kolesnikova, I.V. Berlina  
 e-mail: [vkolesnikova@bsu.edu.ru](mailto:vkolesnikova@bsu.edu.ru)

Passed for printing 24.04.2009  
 Format 60x84/8  
 Typeface Georgia, Impact  
 Printer's sheets  
 Circulation 1000 copies  
 Order

Subscription reference  
 in Rospechat' agency catalogue – 18078,  
 In joint catalogue Pressa Rossii – 39723

Dummy layout is replicated at Belgorod  
 State University Publishing House  
 Address: 85, Pobedy str., Belgorod, Russia,  
 308015

---

---

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

---

---

УДК 621.391

## МЕТОД ЧАСТОТНО – ВРЕМЕННОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

**С.П. БЕЛОВ**  
**Е.И. ПРОХОРЕНКО**  
**А.С. БЕЛОВ**

*Белгородский  
государственный  
университет*

*e-mail: Belov@bsu.edu.ru*

В статье рассматриваются возможности практического применения нового метода частотного анализа, позволяющего вычислять точное распределение энергии по частотным интервалам при любом разбиении частотной области (в том числе и неравномерном) без вычисления трансформант Фурье.

Ключевые слова: частотный анализ, кратковременный спектр, речевой сигнал.

---

---

### Введение

В настоящее время для анализа речевых сигналов широко используется вычисление мгновенного энергетического спектра, который позволяет получить представление о распределении энергии отрезка речевого сигнала по частотным интервалам, что является важным, например, в задачах распознавания речи.

Существующие методы вычисления частотных характеристик речевых сигналов основываются на использовании традиционных методов дискретного преобразования Фурье, который обладает большой погрешностью [1].

Во-первых, количество комплексных коэффициентов БПФ (результатов преобразования) будет равно количеству обрабатываемых отсчетов сигнала и целесообразно, чтобы оно было равно степени числа два, т.е.  $2^n$ . Поэтому обычно каждый из коэффициентов соотносят с одной из полос равномерного разбиения частотной оси на  $2^n$  интервалов. Иными словами, количество частотных полос и их ширина тесно связаны с длиной обрабатываемого отрезка, что не всегда оправдано.

Во-вторых, квадрат модуля комплексного коэффициента БПФ может служить только оценкой энергии отрезка сигнала, приходящейся на соответствующий интервал. При этом точность такой оценки неизвестна и существенно зависит от соотношений фазовых характеристик составляющих исходного сигнала и дискретизатора.

В статье предлагается метод, позволяющий вычислять точное распределение энергии, причем при любом желаемом разбиении на частотные интервалы (в том



числе неравномерном), применение которого дает возможность адекватно учесть свойство сосредоточенности энергии звуков речи в малом количестве достаточно узких частотных интервалах, а также рассматриваются некоторые возможности его практического применения.

### Теоретические основы метода

Пусть компоненты вектора  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$  представляют собой значения некоторого сигнала (функции времени), которые соответствуют значениям аргумента  $i\Delta t$ , т.е.

$$x_i = x(i\Delta t), \quad i = 1, \dots, N,$$

где  $\Delta t$  - интервал дискретизации по времени.

Положим далее

$$X(\nu) = \sum_{k=1}^N x_k e^{-j(k-1)\nu}, \quad (1)$$

т.е.  $X(\nu)$  представляет собой трансформанту Фурье отрезка отсчетов сигнала (вектора), в качестве области определения которой рассматривается (нормированная частота)

$$-\pi \leq \nu \leq \pi,$$

так что имеет место обратное преобразование

$$x_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\nu) e^{j(i-1)\nu} d\nu.$$

Отсюда нетрудно получить равенство Парсеваля

$$\|\vec{x}\|^2 = \sum_{k=1}^N x_k^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(\nu)|^2 d\nu,$$

так что

$$P_r(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\nu \in V_r} |X(\nu)|^2 d\nu \quad (2)$$

представляет собой долю энергии отрезка сигнала (евклидовой нормы вектора), соответствующую частотному интервалу

$$V_r = [-\nu_{2r}, -\nu_{1r}] \cup [\nu_{1r}, \nu_{2r}].$$

Подстановка определения (1) в интеграл (2) позволяет получить выражение вида:

$$P_r(\vec{x}) = \vec{x}^T \mathbf{A}_r \vec{x}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}_r = \{a_{ik}^r\}$ , а

$$a_{ik}^r = \begin{cases} \frac{\sin[\nu_{2r}(i-k)] - \sin[\nu_{1r}(i-k)]}{\pi(i-k)}, & i \neq k, \\ \frac{\nu_{2r} - \nu_{1r}}{\pi}, & i = k. \end{cases}$$

Таким образом, долю энергии отрезка сигнала в любом частотном интервале можно вычислить на основе представления (3), не вычисляя при этом, согласно (1), соответствующую трансформанту Фурье.

Очевидно, что соотношение (3) представляет собой новый инструмент, позволяющий анализировать частотно-энергетические характеристики речевых сигналов. При этом выбор ширины и расположения каждого частотного интервала не зависит от длительности окна анализа сигнала.

Из теории матриц известно, что если матрица симметрична, то существует  $N$  собственных векторов, которые соответствуют собственным числам  $\lambda_k$ . Матрица  $\mathbf{A}_r$  обладает свойством быстрого затухания значений собственных чисел. Вычисления показывают, что при выполнении неравенства  $M = 2[N/(2R)] \geq 4$  собственные числа  $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \dots \approx \lambda_M \approx 1$ , а  $\lambda_{M+k} \approx 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Этим свойством можно воспользоваться для ускорения вычисления частотно-энергетических характеристик речевых сигналов, используя разложение по собственным векторам, собственные числа которых близки к единице [2].

## Применение метода при обработке речевых сигналов

### 1. Обнаружение границы пауза/звук

Задача сегментации речевого сигнала является очень важной в задаче распознавания речи. Она решается как при создании обучающих баз данных, содержащих фразы, так и во время работы систем распознавания слитной речи, основанных на фоновом подходе. Первичная сегментация речевого сигнала (разделение фраз и звуко-сочетаний) может быть реализована при помощи процедуры обнаружения границы пауза/звук.

Анализ тонкой структуры энергетического спектра речевого сигнала, состоящего из звуков и пауз, показывает, что энергия фрагмента сигнала, соответствующего паузе, распределена относительно равномерно по всему диапазону частот, тогда как энергия фрагмента сигнала, соответствующего звуку, сосредоточена в узких полосах частот. Нами предлагается метод обнаружения пауз, основанный на учете отличий в распределении энергетических составляющих звуков речи и сигнала паузы в частотной области [3].

Формулируется следующая гипотеза:

Н<sub>0</sub>: энергия исходного отрезка  $\bar{x}_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  в  $r$ -том частотном интервале  $(\nu_{2r} - \nu_{1r})$  обусловлена внешними шумами.

Положим

$$S_r^i = \frac{\hat{P}_r^i}{P_r^{\Pi}}, \quad r = 1, 2, \dots, R. \quad (4)$$

В случае, когда  $i$ -й анализируемый отрезок сигнала  $\bar{f}_i$  представляет собой отрезок паузы, правая часть (4) представляет собой случайную величину приближенно распределенную по закону

$$\chi_K^2: \frac{1}{2^{\frac{M_1}{2}} \Gamma\left(\frac{M_1}{2}\right)} (S_r^i)^{\frac{M_1-1}{2}} e^{-\frac{S_r^i}{2}}, \quad (5)$$

т.е. можно установить порог  $h_\alpha$ , который удовлетворяет неравенству

$$\frac{1}{2^{\frac{M_1}{2}} \Gamma\left(\frac{M_1}{2}\right)} \int_{h_\alpha}^{\infty} y^{\frac{M_1-1}{2}} e^{-\frac{y}{2}} dy \leq \alpha, \quad (6)$$

где  $\alpha$  - так называемая вероятность ложной тревоги,  $M_1$  - число степеней свободы, которое можно приблизительно вычислить как  $M_1 = \sum_{i=1}^M \lambda_i$ .

Для увеличения вероятности правильного обнаружения границы пауза/звук целесообразно с порогом сравнивать максимальное значение из отношений вида (4),



так как энергия сигнала, соответствующего звуку может быть сосредоточена в сравнительно узком диапазоне частот.

Таким образом, если имеет место

$$\max(S_r^i) \geq h_\alpha, \quad (7)$$

то отвергается нулевая гипотеза  $H_0$ .

Если же выполняется неравенство

$$\max(S_r^i) < h_\alpha, \quad (8)$$

то  $H_0$  считается справедливой и данный отрезок речевого сигнала принимается за паузу.

Для иллюстрации работоспособности метода были проведены вычислительные эксперименты.

При достаточно малой вероятности ложной тревоги и соответствующей величине порога  $h_\alpha = 2M_1$ , выбранной по таблицам вероятностей распределения  $\chi^2$  [4] при  $N=60$ ,  $R=10$ , число переходов решающей функции  $\max(S_r^i)$  через установленный порог на отрезках сигнала соответствующих паузе, не превышает заданную величину. Наиболее типичные результаты приведены в таблицах 1-2. Здесь вероятность ложной тревоги определялась как

$$\alpha = \frac{N_{nep}}{N_{II}},$$

где  $N_{II}$  – длина паузы,  $N_{nep}$  – количество переходов решающей функции через порог.

Таблица 1

Длина паузы, $M_{II}$	30150	25150	14150	6150	14150	20150
Количество переходов решающей функции через порог, $M_{nep}$	1560	1480	0	130	380	590
Вероятность ложной тревоги, $\alpha$	0,015	0,019	0	0,02	0,018	0,02

С другой стороны, на участках соответствующих звукам речи решающая функция превышала установленный порог с вероятностью 90-95%. В таблице 2 приведены результаты исследования поведения решающей функции на отрезках сигнала, соответствующих слитной речи.

Таблица 2

Длина фрагмента слитной речи, $M_p$	4614	17863	8573
Количество переходов решающей функции через порог, $M_{nep}$	4256	17002	7741
Вероятность правильного обнаружения, $P_{по}$	0.96	0.97	0.96

Причем, отрезки сигнала, на которых величина решающей функции не превышала установленный порог, как правило, являлись паузами малой длительности между фонемами, или слитно произнесенными словами, например, как показано на рис. 1. Здесь приведена фраза «правила пользования Интернет» произнесенная слитно, и отрезок, определенный как пауза, соответствует паузе между фрагментами фразы «правила», «пользования» и «интернет».

На рис. 2 показана граница пауза/звук определенная в начале фразы.

В другом случае (рис. 3) анализировалась фраза, содержащая слово «пытаются». Здесь отрезки, определенные как паузы, соответствуют паузам между звукоочетаниями «пы» - «тают» - «ся».



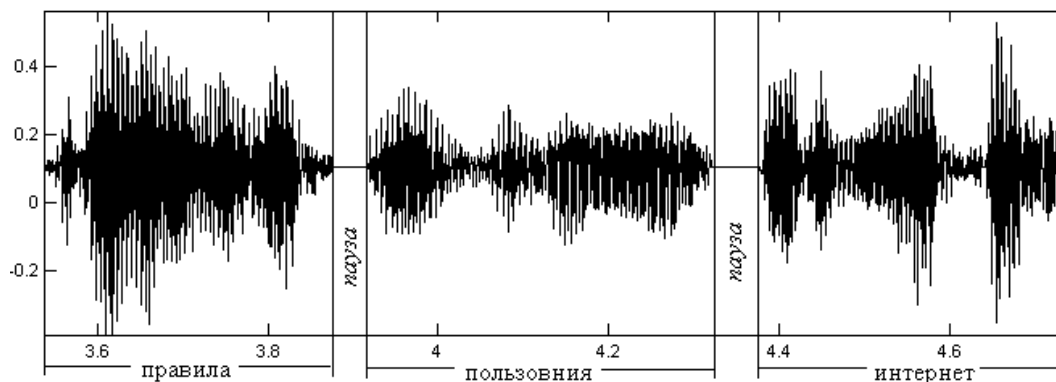


Рис. 1. Обнаружение паузы между словами фразы

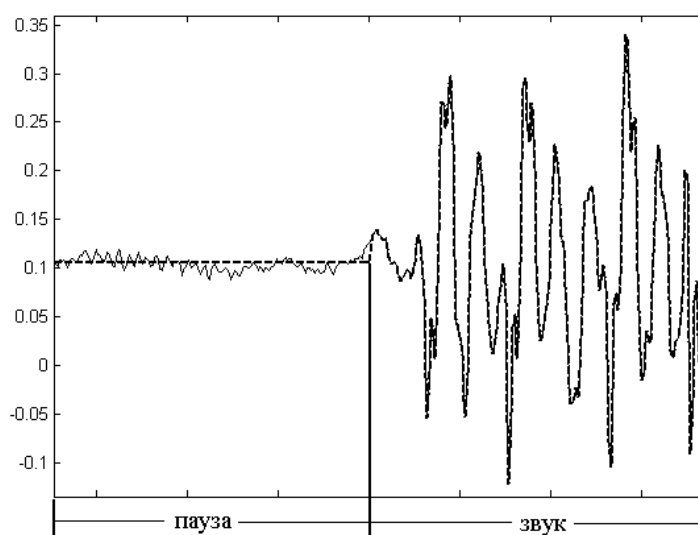


Рис. 2. Граница пауза/звук, определенная в начале фразы

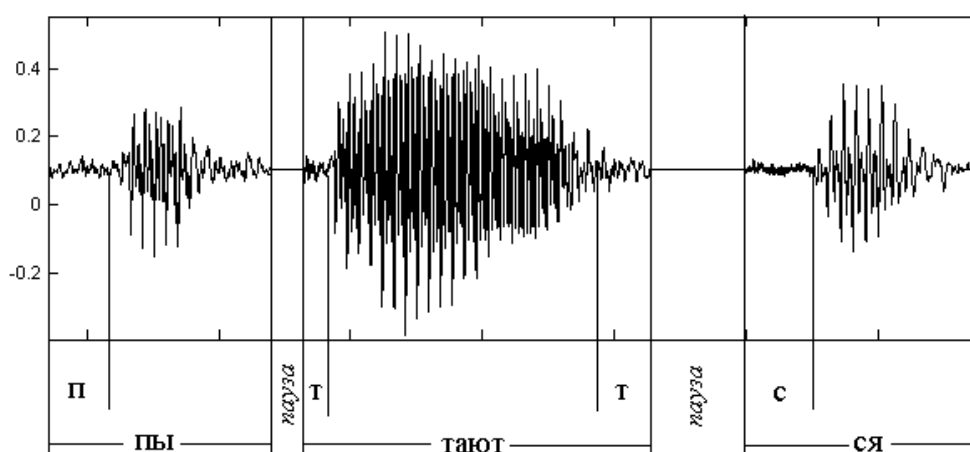


Рис. 3. Обнаружение пауз между звукосочетаниями

В состав этого слова входят звуки «п», «т», которые принадлежат к невокализованным звукам малой длительности, вероятность пропуска которых наиболее велика, из-за их малого (по сравнению с вокализованными звуками) уровня, а так же «с» - шумоподобный звук, и в данном случае отрезки, определенные как паузы, приходятся на начало и окончание звука «т» и начало звука «с». Срезание начала звуков в этих

случаях особенно нежелательно, так как это может снизить разборчивость речи. Визуально сложно определить, на какой части этих звуков значение решающей функции не превышало установленного порога, но экспертная оценка при воспроизведении сигнала с удаленными паузами показала, что звуки «п», «т» и «с» в слове «пытаются» четко различимы.

## 2. Вычисление спектрограмм

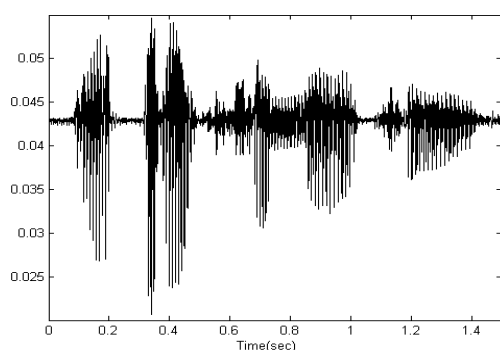
Кроме одномерных спектров (амплитуда-частота) широко используются, в том числе в задачах распознавания речи, динамические спектральные развертки речевого сигнала, называемые спектрограммами, то есть частотно-временные описания мгновенных спектров речи с заданным шагом наблюдения (анализа) по времени и по частоте. Спектрограммы позволяют получить значительно больше информации не только о спектральном составе речевых сигналов, но и о характере их изменения во времени.

Существующие методы вычисления спектрограмм также основываются на традиционных методах дискретного преобразования Фурье, о некоторых недостатках которого говорилось выше. Соотношение (3) представляет собой новый инструмент, позволяющий реализовать новую процедуру вычисления спектрограмм, адекватно учитывающую свойство сосредоточенности энергии звуков речи в малом количестве достаточно узких частотных интервалах.

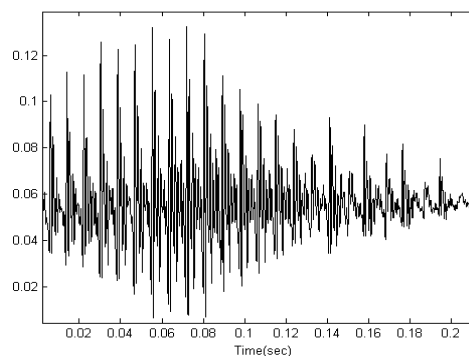
Результаты проведенных экспериментов позволяют утверждать, что при увеличении количества частотных интервалов погрешность вычисления долей энергии речевого сигнала с использованием ДПФ, по сравнению с предлагаемым методом возрастает и, как следствие, ухудшается точность представления звуков при построении спектрограмм [5].

Далее приведены спектрограммы, построенные для фрагментов речевых сигналов различной длительности, с использованием соотношения (3).

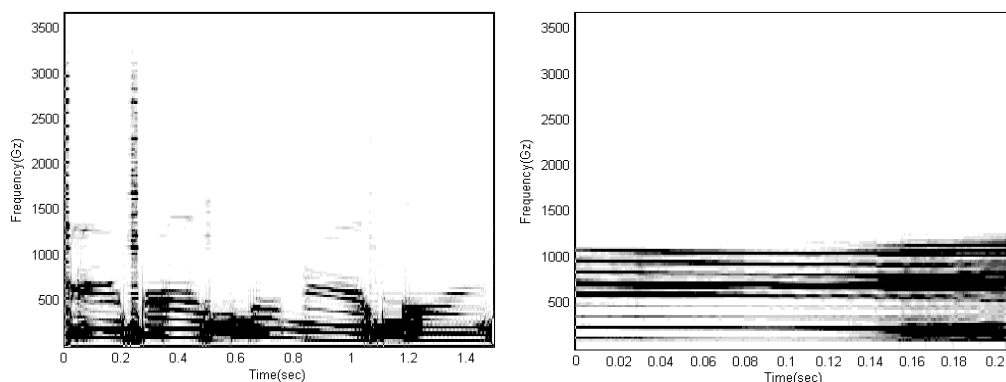
На рис. 4,а представлен фрагмент речевого сигнала соответствующий слову «аппроксимация» длительностью 1,49 с и его спектрограмма (рис. 4,б) при разбиении диапазона на 128 равных частотных интервалов и длине окна анализа 512 отсчетов. В данном случае узкополосная спектрограмма (частота развертки 30Гц) позволяет отчетливо увидеть гармоники голосового источника и формантные частоты звукосочетаний. На рис. 4,в представлен фрагмент речевого сигнала соответствующий звуку «а» длительностью 214 мс и его спектрограмма при разбиении диапазона на 128 частотных интервалов (рис. 4,г) и длине окна анализа 512 отсчетов. На спектрограмме отчетливо видны формантные частоты звука в период времени с 0 до 120 мс и изменение частотно-энергетических характеристик звука в период времени с 120 до 214 мс, что соответствует изменению формы самого сигнала (окончание звука «а»).



а) слово «аппроксимация»



б) звук «а»



б) спектрограмма слова «аппроксимация»

г) спектрограмма звука «а»

Рис. 4. Спектрограммы речевых сигналов ( $N=512$ ,  $R=128$ )

Таким образом, новый метод вычисления спектрограмм позволяет определять точные значения доли энергии отрезка сигнала, попадающего в любой конечный частотный интервал, и, следовательно, обладает значительно большей эффективностью по сравнению с вычислением спектрограмм традиционным методом дискретного преобразования Фурье.

### Литература

1. Жилияков, Е.Г. О сжатии речевых сигналов. [Текст] / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, Е.И. Прохоренко // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков, 2005. – вып.56. – С. 32-41. – (Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Информатика и моделирование).
2. Жилияков, Е.Г. Вариационные методы частотного анализа звуковых сигналов [Текст] / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, Е.И. Прохоренко // Труды учебных заведений связи. – СПб, 2006. – № 174. – С.163-170.
3. Жилияков, Е.Г. Новый метод сжатия речевых данных [Текст] / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, Е.И. Прохоренко // Труды учебных заведения связи. – СПб, 2006. – №175. – С. 152-161.
4. Таблицы математической статистики [Текст] / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 416с.
5. Жилияков, Е.Г. Новый метод вычисления спектрограмм речевых сигналов [Текст] / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, Е.И. Прохоренко // Материалы XIII международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2007. – С. 278-283.

## METHOD FREQUENCY – TEMPORAL ANALYSIS OF SIGNALS

S.P.BELOV

E.I. PROHORENKO

A.S.BELOV

*Belgorod State University**e-mail: Belov@bsu.edu.ru*

Possibilities of practical application of new method of frequency analysis, allowing to calculate the exact distributing of energy on frequency intervals at any breaking up of frequency area (including uneven) without the calculation of transforms Fur'e are examined in the article.

Keywords: frequency analysis, brief spectrum, vocal signal.

## ПРОЦЕДУРА ЭКОНОМИЗАЦИИ И СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

**В.И.Капалин<sup>1)</sup>**  
**Нгуен Дуи Чинь<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup>Московский государственный  
институт электроники  
и математики (технический  
университет)

e-mail: v\_kapalin@mail.ru.

<sup>2)</sup>Ho Chi Minh City University  
of Transports

e-mail: duytrinh1981@gmail.com

Рассмотрено применение процедуры экономизации степенных рядов для линеаризации нелинейных характеристик САУ и построения модальных и оптимальных линейных регуляторов для нелинейных объектов.

Ключевые слова!!!!

### Введение

Проблема распространения методов линейной теории управления на класс нелинейных систем является, как и ранее, одной из актуальных проблем современной теории управления [1]. В настоящей работе она рассматривается для систем с обратной связью с нелинейностью в прямой цепи. В задачах такого типа обычно используются традиционные методы линеаризации – метод касательных (Тейлора) или метод статистической линеаризации [2, 3]. Однако последний метод жестко связан с предполагаемым типом входного сигнала, а первый дает удовлетворительные по точности результаты только для малых входных сигналов.

Целью настоящей работы является исследование возможностей иного подхода к линеаризации нелинейных характеристик, основанного на процессе экономизации степенных рядов [4]. Полученные результаты по линеаризации используются для синтеза линейных регуляторов для нелинейных объектов с помощью пакетов расширений Control System Toolbox и Simulink пакета MATLAB.

### 1. Степенные ряды и процедура

Пусть статическая нелинейная характеристика системы управления  $y = f(u)$  представлена степенным рядом

$$f(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^k \quad (1)$$

Если

$$M = \max_{u \in [-1,1]} |f^{(n+1)}(u)| \quad (2)$$

то для стандартного отрезка  $[-1, 1]$  погрешность аппроксимации функции  $f(u)$  полиномом Тейлор  $p_n(u)$  степени  $n$  оценивается так [5]

$$\Delta = \max_{u \in [-1,1]} |f(u) - p_n(u)| \leq \frac{M}{(n+1)!} \quad (3)$$

Для случая линеаризации  $n = 1$  и  $\Delta \leq \frac{M}{2}$  что, очевидно, является не очень выгодной оценкой. Более точную аппроксимацию дает процедура экономизации Ланцоша [4], в которой используются ортогональные полиномы Чебышева

$$T_n(x) = \cos(n \cdot \arccos x), \quad |x| \leq 1 \quad (4)$$

Полиномы Чебышева находятся последовательно по формулам

$$\begin{cases} x \cdot T_n = \frac{1}{2}T_{n+1} + \frac{1}{2}T_{n-1}, n > 1 \\ x \cdot T_0 = T_1 \\ T_0 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Процедура экономизации заключается в следующем. Пусть для ряда (1) задан полином Тейлора

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_Nx^N \quad (6)$$

Формулы (5) записываются в следующем виде

$$\begin{cases} 1 = T_0 \\ x = T_1 \\ x^2 = \frac{1}{2}(T_0 + T_2) \\ x^3 = \frac{1}{4}(3T_1 + T_3) \\ x^4 = \frac{1}{8}(3T_0 + 4T_2 + T_4) \\ \dots \end{cases} \quad (7)$$

и полином Тейлора преобразуется в разложение по полиномам Чебышева

$$f(x) = b_0T_0 + b_1T_1(x) + b_2T_2(x) + \dots + b_NT_N(x) \quad (8)$$

Для широкого класса функций разложение по полиномам Чебышева сходится много быстрее, чем ряд Тейлора или разложение по любой другой системе ортогональных полиномов [5]. Это обстоятельство означает возможность получать наилучшие по точности аппроксимации для нелинейных статических характеристик систем управления. Практическая реализация процедуры экономизации заключается в использовании функции `taylor` пакета MATLAB и написании несложной программы пересчета по формулам (7) и (9). Для перехода от стандартного отрезка  $[-1, 1]$  к произвольному отрезку  $[-a, a]$  используется замена

$$T_i(x) \rightarrow T_i\left(\frac{x}{a}\right).$$

Результаты расчета ошибки для линейризации типовой функции  $y = \arctg(x)$  на отрезках  $[-0,2; 0,2]$ ... $[-1; 1]$  приведены на графиках рис. 1: штриховая линия – ошибка для полинома Тейлора, сплошная линия – ошибка после применения экономизации.

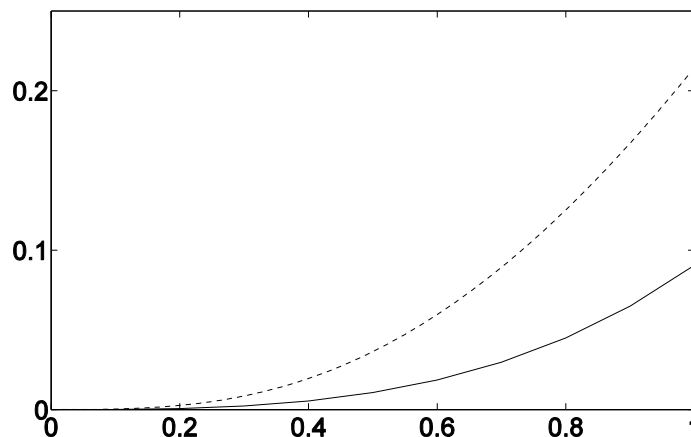


Рис. 1. Результаты расчета ошибки для линейризации типовой функции  $y = \arctg(x)$

Для интервала  $[-1; 1]$  ошибка аппроксимации для полинома Тейлора в 2,37 раз больше чем после применения процедуры экономизации. Аналогичный эффект существенного повышения точности аппроксимации наблюдался и для других типовых нелинейностей, как например  $\sin(u)$ .

## 2. Интерполяционные полиномы и процедура экономизации

Пусть теперь нелинейная статическая характеристика задается непрерывной функцией, не представимой степенным рядом. В этом случае процесс линеаризации может быть проведен в два этапа: на первом строится интерполяционный полином Лагранжа, на втором - применяется процедура экономизации. Для нелинейности типа насыщения интерполяционный полином Лагранжа третьей степени (рис. 2) имеет вид

$$y = \frac{7}{3}x - \frac{4}{3}x^3$$

Это дает линейное приближение

$$y_1 = \frac{7}{3}x$$

а программа экономизации дает  $y_2 = \frac{4}{3}x$ . Графики соответствующих ошибок аппроксимации показаны на рис. 3 в тех же обозначениях, как и на рис. 1. Ошибка программы экономизации на интервале  $[-1; 1]$  меньше в 4 раза.

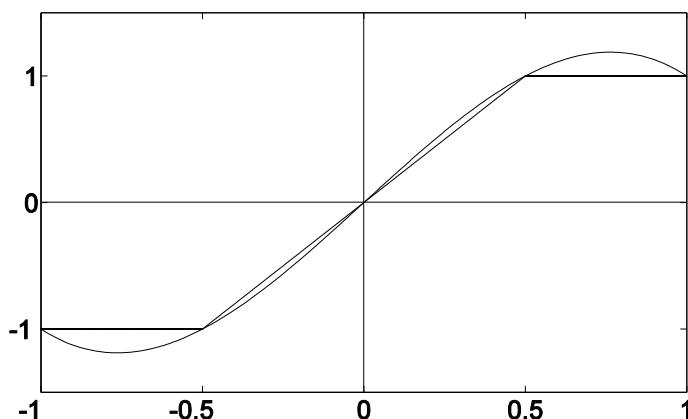


Рис. 2. Интерполяционный полином Лагранжа третьей степени

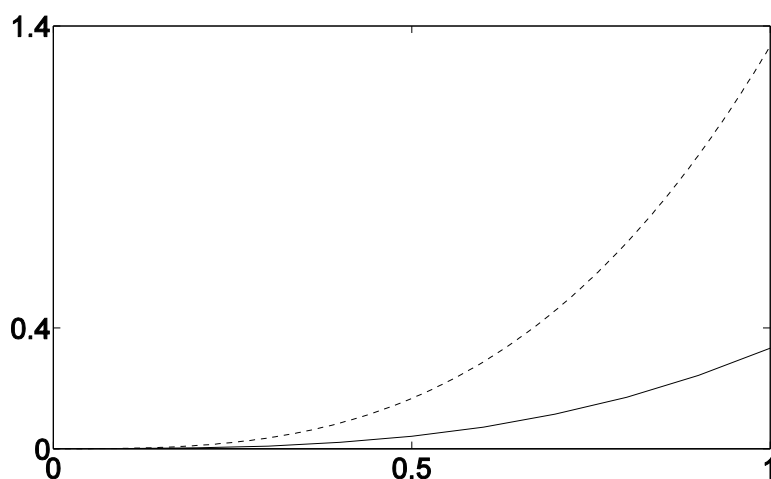


Рис. 3. Графики ошибок аппроксимации

Аналогичные результаты, как показали эксперименты, справедливы и для других типовых нелинейностей – для зоны нечувствительности в частности. Во всех случаях применение процесса экономизации позволяет существенно улучшить точность линейной модели статической характеристики системы управления.

### 3. Моделирование прямой цепи нелинейных

При исследовании динамики САУ наибольший интерес представляют показатели качества системы – время регулирования (переходного процесса) и выброс. Для исследования влияния процедуры экономизации на эти показатели в данной работе использовалась структурная схема прямой цепи типовой нелинейной системы на рис. 4.

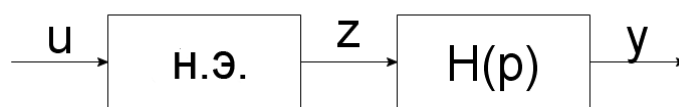


Рис. 4. Структурная схема прямой цепи типовой нелинейной системы

Здесь –  $H(p)$  – передаточная функция объекта,  $Н.Э.$  – нелинейная характеристика исполнительного устройства. При моделировании в расширении Simulink на вход системы подавались ступенчатые сигналы с амплитудами 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1 и находилась ошибка моделирования по сравнению с точной нелинейной моделью.

Для экспериментов с апериодическими переходными процессами использовалась модель морского дизеля Огаты и др. [6]

$$H(p) = \frac{1}{(2p+1)(3p+1)}$$

И стандартная нелинейность  $\sin(u)$ . Соответствующие графики переходных процессов для ступенчатого сигнала амплитуды 0,8 показаны на рис. 5. А график ошибки – на рис. 6.

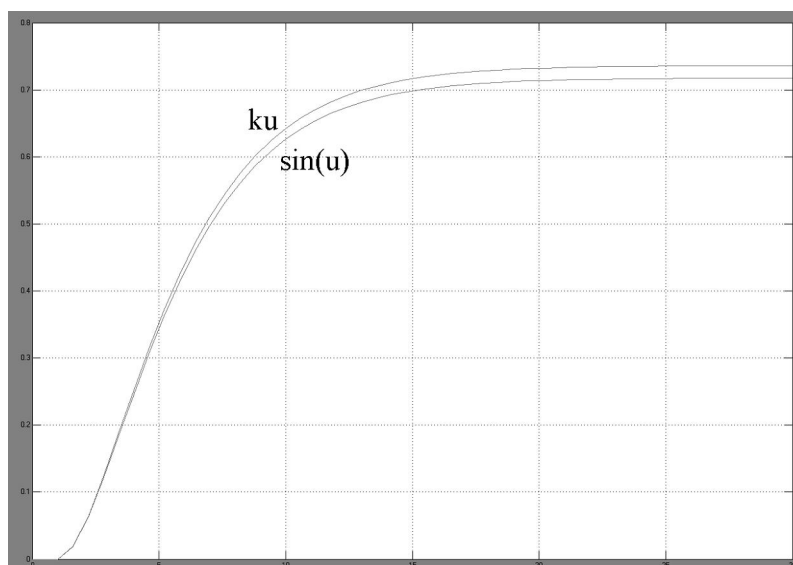


Рис. 5. Графики переходных процессов для ступенчатого сигнала амплитуды 0,8

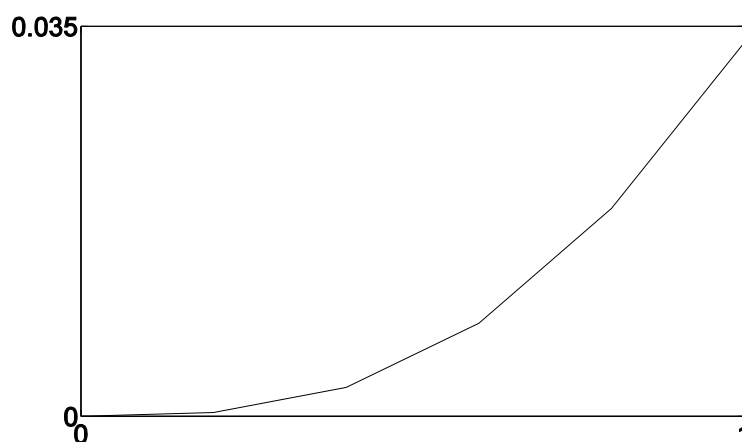


Рис. 6. График ошибки

Времена переходных процессов во всех случаях совпали до сотой доли секунды. Для экспериментов с колебательным переходным процессом использовались передаточная функция

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + p + 1}. \quad (9)$$

и стандартная нелинейность  $\text{arctg}(u)$ . Графики переходных процессов для ступенчатого сигнала амплитуды 0,8 показаны на рис. 7, а график ошибки – на рис. 8.

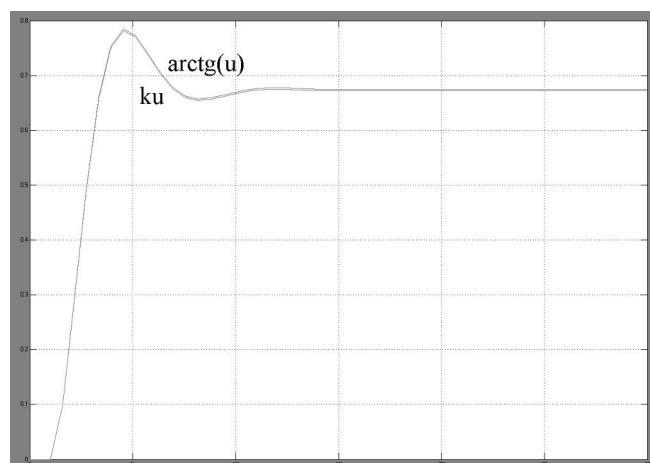


Рис. 7. Графики переходных процессов для ступенчатого сигнала амплитуды 0,8

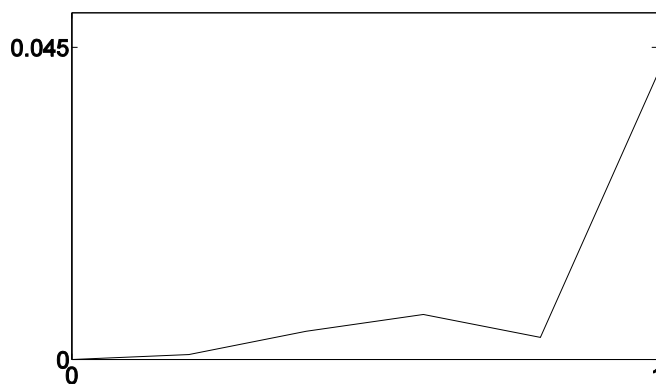


Рис. 8. График ошибки



Непосредственно видно, что и в этом случае показатели качества линейной модели практически совпали с показателями качества исходной нелинейной системы.

Для экспериментов с моделью, заданной в пространстве состояний использовалась модель морского дизеля Foden F7 для низких скоростей [6] с передаточной функцией

$$H(p) = \frac{31.684 - 1.78p}{p^2 + 26.07p + 26.7} \quad (10)$$

Нелинейность типа насыщения аппроксимировалась интерполяционным полиномом Лагранжа и использовалась программа экономизации. Методом нормальной формы были получены следующие матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -26.7 & -26.07 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1.78 \\ 78.089 \end{pmatrix} \quad (11)$$

а матрица  $C$  была выбрана единичной для измерения обеих координат состояния. Графики переходных процессов для ступенчатого воздействия амплитуды 0,8 приведены на рис. 9, а соответствующие графики ошибок – на рис. 10.

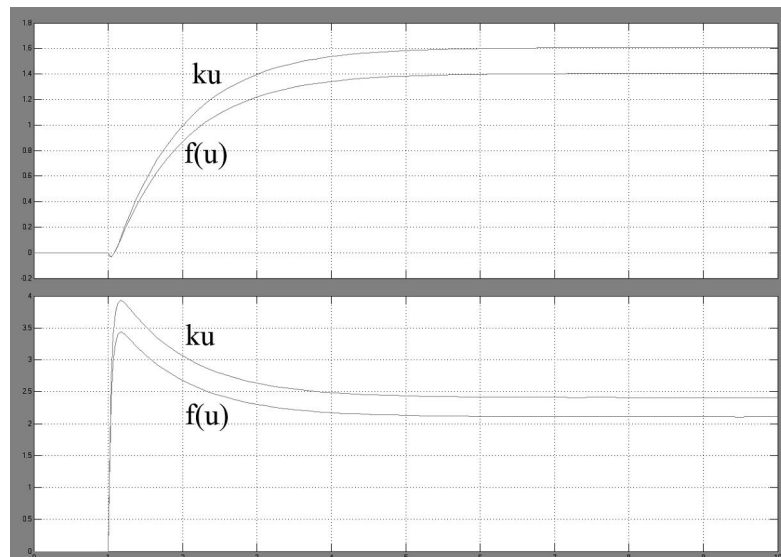


Рис. 9 Графики переходных процессов для ступенчатого воздействия амплитуды 0,8

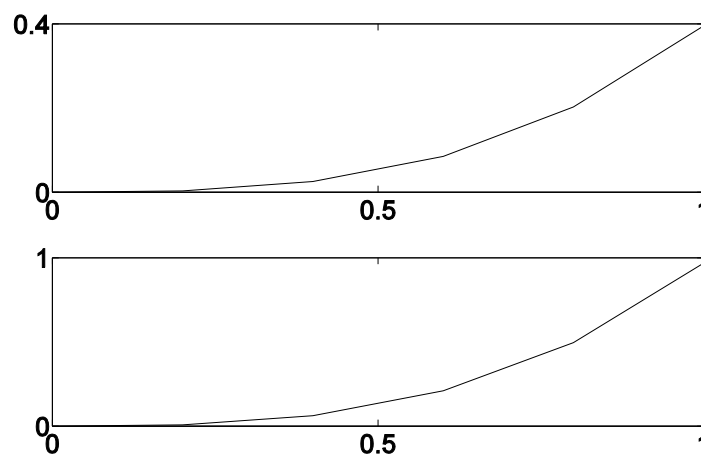


Рис. 10. Графики ошибок

Из приведенных графиков можно непосредственно заключить, что приемлемые по точности результаты для линейной модели по двум координатам состояния здесь получаются для несколько меньших интервалов аппроксимации нелинейности, чем в предыдущих случаях.

#### 4. Модальный синтез регуляторов для нелинейных объектов

Приведенные выше результаты исследования процедуры экономизации позволяют сделать заключение о возможности ее использования в задачах моделирования динамики нелинейных систем и, как следствие, при синтезе линейных регуляторов для нелинейных объектов. Процедура синтеза при этом заключается в следующем: 1) методом экономизации рассчитывается значение коэффициента линеаризации для заданного рабочего диапазона сигналов а нелинейность; 2) используется модальный подход [7] с учетом того, чтобы показатели качества линейных моделей для всех значений коэффициента линеаризации были бы близки к желаемым. Реализация второго этапа осуществляется с помощью команды *place* расширения Control System Toolbox [8].

Используем этот подход для синтеза системы с обратной связью, структурная схема которой приведена на рис. 11.

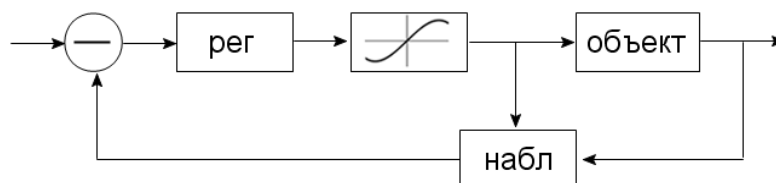


Рис. 11 Структурная схема подхода для синтеза системы с обратной связью

Объект управления здесь задается передаточной функцией морского дизеля на низких скоростях (10). Матрицы  $A$  и  $B$  задаются формулами (11), а матрица  $C = (1.0)$ . Нелинейность задается интерполяционным полиномом Лагранжа для типовой функции насыщения. Применяя процесс экономизации, было получено, что в данном случае коэффициент линеаризации  $k_L \in [1.8433; 2.3233]$ .

Для данной задачи требовалось, чтобы время регулирования не превышало 0,5 с., а выброс не превышал 15% для всех ступенчатых воздействий. Выбор различных вариантов расположения полюсов для разных коэффициентов линеаризации позволили остановиться на полюсах  $p = -7 \pm 14.34j$  для максимального значения коэффициента линеаризации  $k_L = 2.3233$ .

Результаты моделирования линейной модели и синтезированной нелинейной системы приведены на рис. 12.

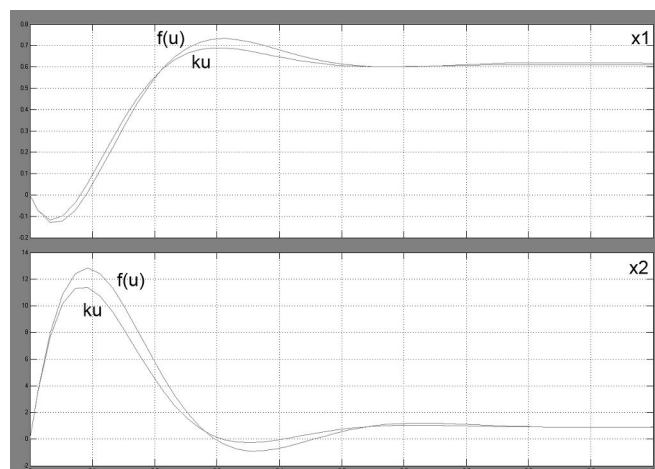


Рис. 12. Результаты моделирования линейной модели и синтезированной нелинейной системы

Для средних скоростей модель Foden F7 дает передаточную функцию

$$H(p) = \frac{19.06 - 0.36p}{p^2 + 15.58p + 13.04}, \quad (12)$$

а для высоких скоростей

$$H(p) = \frac{20.68 - 0.06p}{p^2 + 18.42p + 20.33} \quad (13)$$

В этих случаях метод нормальной формы дает такие матрицы A и B соответственно

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -13.04 & -15.58 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -0.36 \\ 24.669 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0), \quad D = 0 \quad (14)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -20.33 & -18.42 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -0.06 \\ 21.785 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0), \quad D = 0 \quad (15)$$

Для средних скоростей было положено, чтобы время регулирования не превышало 0,5 с., а выброс – 10%. Выбор полюсов позволил остановиться на полюсах  $p = -8 \pm 10j$  для максимального коэффициента усиления.

Для высоких скоростей было положено, чтобы время регулирования не превышало 0,3 с., а выброс – 15%. Полюса были выбраны такими  $p = -12 \pm 20j$ .

Результаты моделирования линейных моделей и синтезированных нелинейных систем для этих скоростей приведены на рис. 13 и рис. 14.

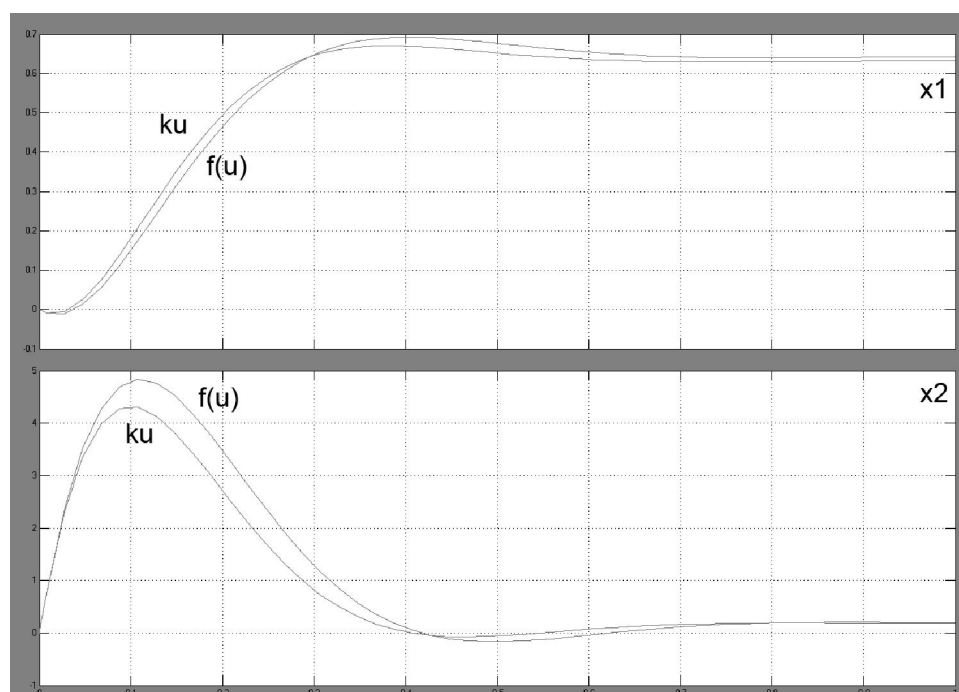


Рис. 13. Результаты моделирования линейных моделей и синтезированных нелинейных систем

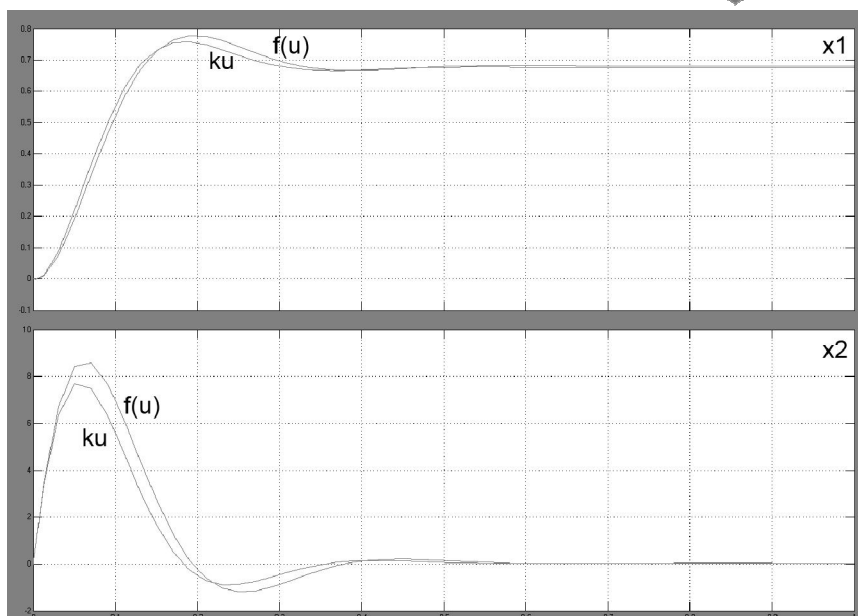


Рис. 14. Результаты моделирования линейных моделей и синтезированных нелинейных систем

Показатели качества линейных моделей и нелинейных систем приведены в таблице 1, позволяющей заключить о выполнении требований к показателям качества синтезированных нелинейных систем во всем диапазоне ступенчатых воздействий.

Таблица 1

Показатели качества линейных моделей и нелинейных систем

		$t_{\text{пер}} \text{ с}$	$\sigma\%$
1-я скорость	$k_L=2.3233, \text{ step}=0.1$	0.504	14.21
	$f(u), \text{ step}=0.1$	0.566	15.1
	$k_L=1.8433, \text{ step}=0.7$	0.413	13.17
	$f(u), \text{ step}=0.7$	0.439	18.67
2-я скорость	$k_L=2.3233, \text{ step}=0.1$	0.423	8
	$f(u), \text{ step}=0.1$	0.434	8.61
	$k_L=1.8433, \text{ step}=0.7$	0.444	6
	$f(u), \text{ step}=0.7$	0.505	7.74
3-я скорость	$k_L=2.3233, \text{ step}=0.1$	0.232	14.9
	$f(u), \text{ step}=0.1$	0.237	15.64
	$k_L=1.8433, \text{ step}=0.7$	0.257	12
	$f(u), \text{ step}=0.7$	0.28	14.24

### 5. Синтез регулятора для нелинейного объекта с помощью LQR критерия

Линейные модели получаемые с помощью процедуры экономизации могут быть использованы для синтеза нелинейных систем с помощью LQR критерия, т.е. путем минимизации функционала качества

$$J_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (16)$$

Полагая, что  $N = 0$ , матрица  $Q$  – неотрицательно определена, матрица  $K$  – положительно определена, решение LQR задачи дается формулами

$$u = -Kx, \quad (17)$$

$$K = R^{-1} B^T P, \quad (18)$$

где  $P$  – решение матричного уравнения Риккати

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0. \quad (19)$$

Для решения этой задачи в пакете Control System Toolbox имеется команда *lqr* [8], которая вычисляет матрицу Риккати Р и матрицу регулятора К.

Применим процедуру экономизации и LQR критерий для синтеза регулятора для нелинейных систем с интегральной коррекцией в диапазоне ступенчатых воздействий, указанном выше. Структурная схема линейной модели приведена на рис. 15.

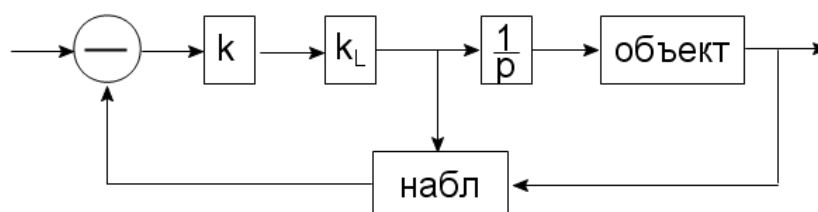


Рис. 15 Структурная схема линейной модели

Наблюдатель синтезировался модальным методом, как и раньше, а матрицы объекта для первой скорости после добавления интегрирующего звена получились в виде

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -26.7 & -26.07 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.78 \\ 78.0886 \end{pmatrix}.$$

Подбирая Q и R останавливаемся на

$$Q = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{pmatrix}, \quad R=1 \quad \text{для максимального коэффициента линеаризации } k_L=2.3233.$$

Применение команды *lqr* дает линейный регулятор для линейной модели нелинейной системы, переходные процессы в которых показаны на рис 16. и рис. 17 для различных амплитуд ступенчатых воздействий.

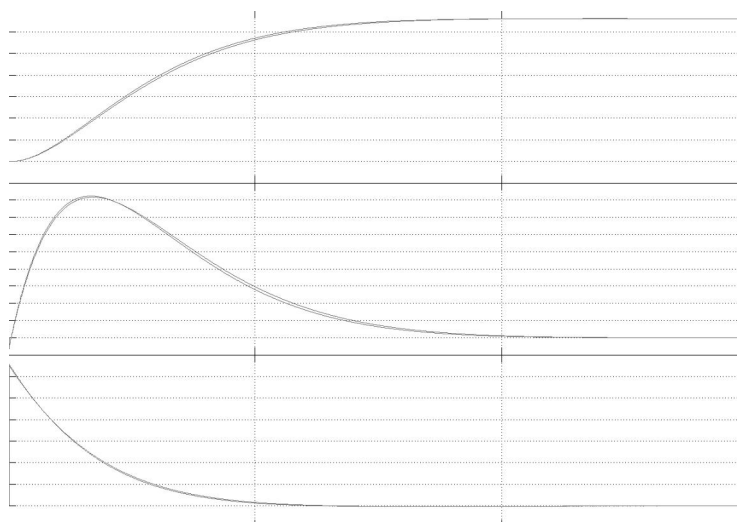


Рис. 16. Переходные процессы для различных амплитуд ступенчатых воздействий.

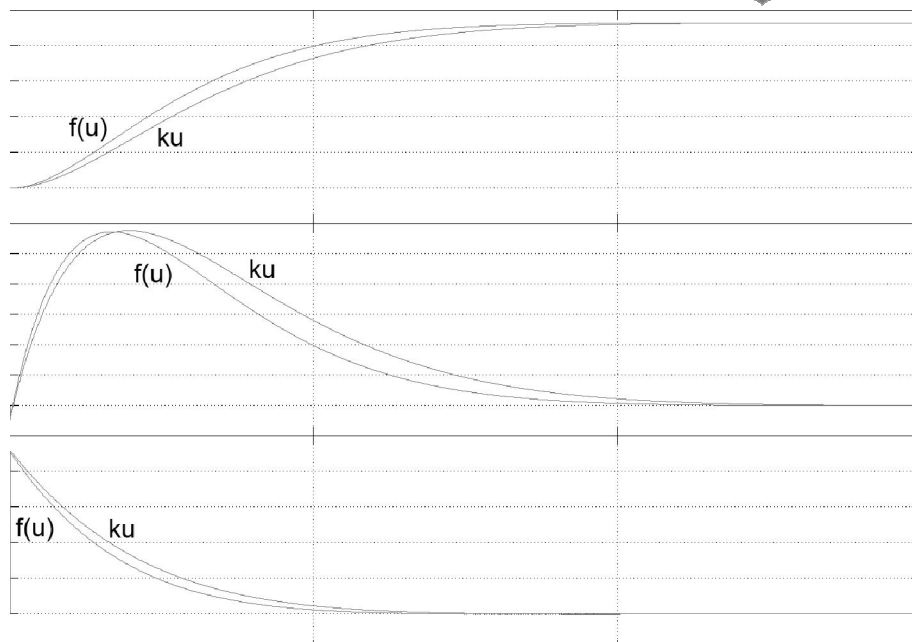


Рис. 17. Переходные процессы для различных амплитуд ступенчатых воздействий

Для второй скорости дизеля матрицы  $A$  и  $B$  принимают вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -13.04 & -15.58 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.36 \\ 24.669 \end{pmatrix}.$$

При этом было выбрано  $Q = \begin{pmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 80 \end{pmatrix}$ ,  $R=1$  для коэффициента линеаризации

$k_L=2.3233$ . Соответствующие графики переходных процессов для регулятора, полученного применением команды `lqr`, показаны на рис. 18 и рис. 19.

Для третьей скорости

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -20.33 & -18.42 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.06 \\ 21.785 \end{pmatrix}$$

и  $Q = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$ ,  $R=1$  для коэффициента линеаризации  $k_L=2.3233$ . Графики переход-

ных процессов в линейных моделях и синтезированной нелинейной системе приведены на рис. 20 и рис. 21.

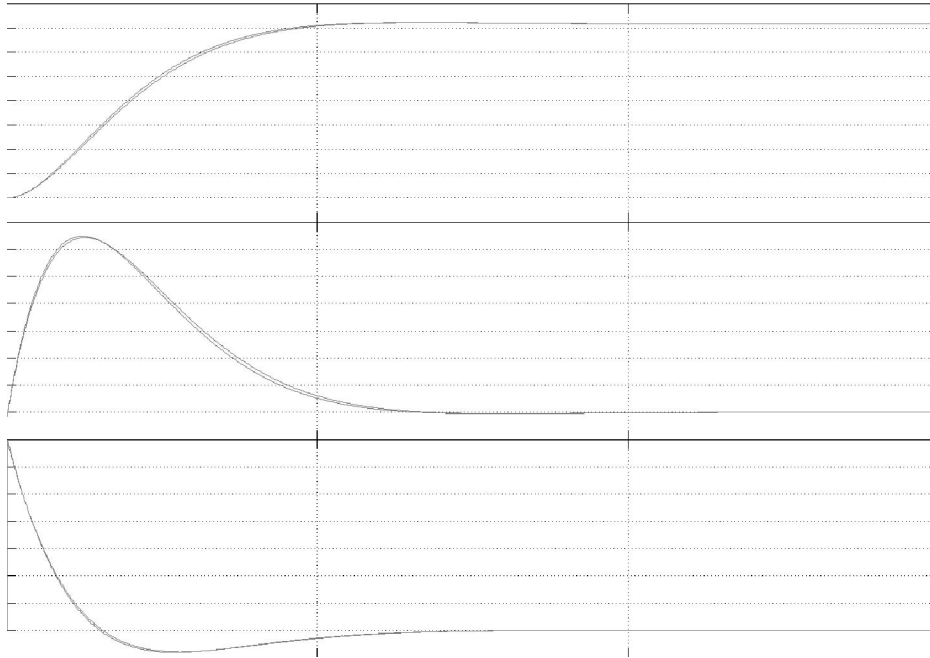


Рис. 18 Графики переходных процессов для регулятора

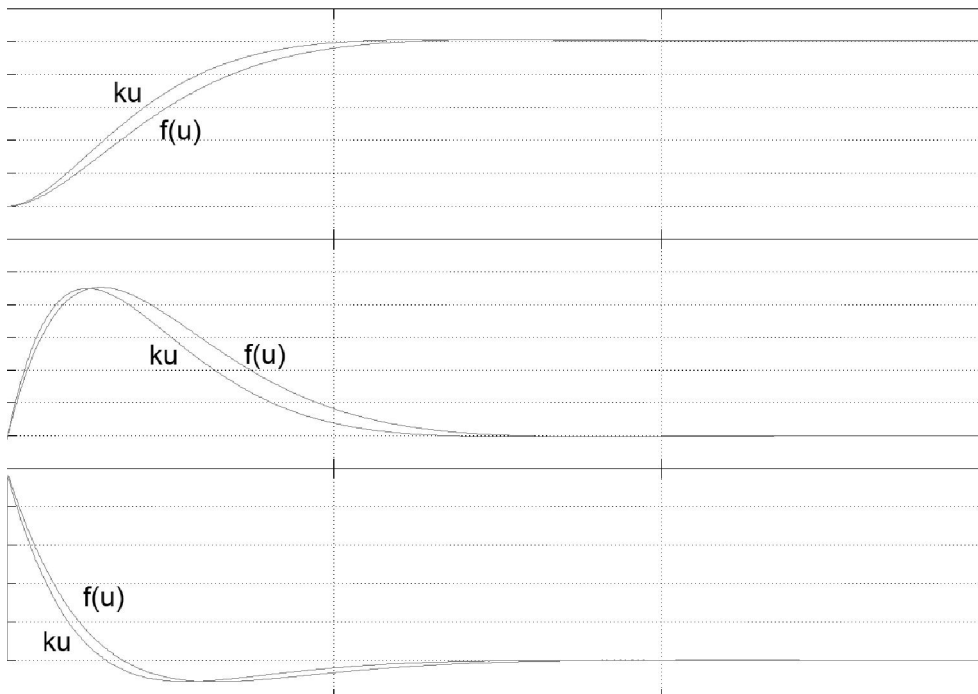


Рис. 19. Графики переходных процессов для регулятора

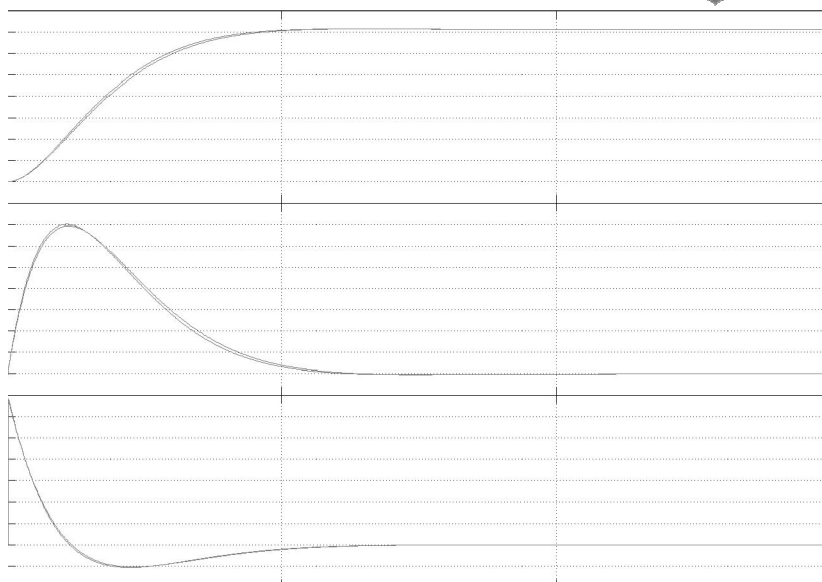


Рис. 20. Графики переходных процессов в линейных моделях и синтезированной нелинейной системе

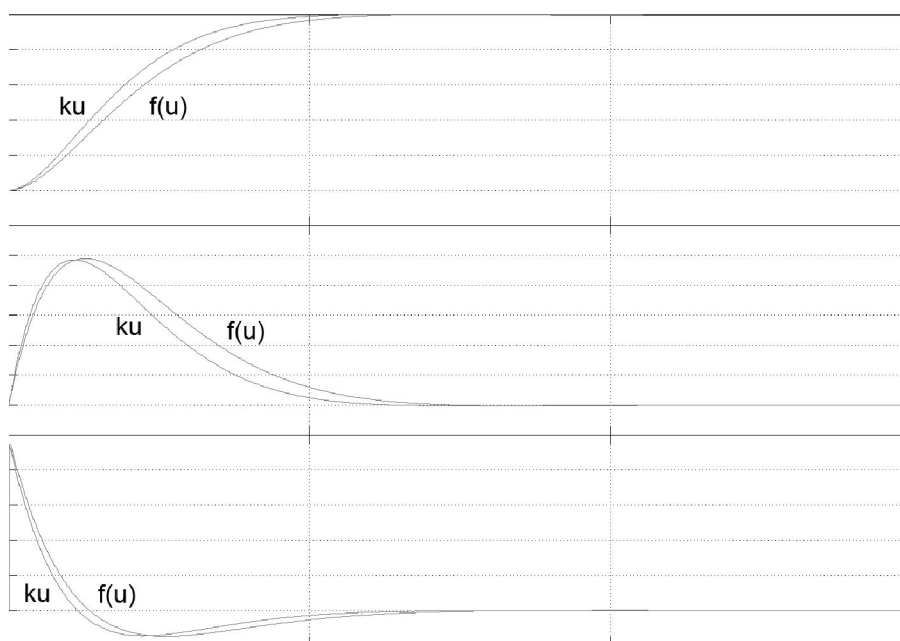


Рис. 21. Графики переходных процессов в линейных моделях и синтезированной нелинейной системе

Из приведенных данных можно заключить, что применение процедуры экономизации позволяет получить нелинейные системы с обратной связью, переходные процессы в которых для всего диапазона ступенчатых воздействий близки к переходным процессам в оптимальных линейных системах, синтезированных с помощью LQR критерия.

#### **Заключение**

Численные эксперименты проведенные в пакете MATLAB с процедурой экономизации Ланцоша демонстрируют как существенное увеличение точности, даваемое этим методом по сравнению с обычной тейлоровской аппроксимацией, так и простоту



реализации этой процедуры. Использование линейного приближения, рассмотренного в данной работе, позволило произвести непосредственное распространение двух известных методов линейной теории модального управления и LQR подхода на класс нелинейных объектов управления. Моделирование системы управления морским дизелем в пакете MATLAB подтвердило эффективность предлагаемого подхода к синтезу линейных регуляторов для нелинейных объектов.

### Литература

1. Kapila V. (editor) Actuator Saturation Control. Marcel Dekker, 2001.
2. Ching S., Kabamba P., Meerkov S. Saturated root locus: theory and application. Proceeding of the 17<sup>th</sup> World Congress IFAC, Seoul, Korea, 15148-15153, 2008.
3. Капалин В.И., Кудряшов Г.Ю. Введение в теорию систем и теорию управления. М.: МИЭМ, 2002.
4. Хемминг Р. Численные методы. М.: Наука, 1972.
5. Волков Е.А. Численные методы. М.: Наука, 1982.
6. Nguyen Huu Khuong. Investigation and simulation of nonlinear models of ship propulsive systems. Ph. d. thesis. Moscow, 1999.
7. Капалин В.И. Метод пространства состояний в теории управления. М.: МИЭМ, 2000.
8. Перельмутер В.М. Пакеты расширения MATLAB: Control System Toolbox и Robust Control Toolbox. М.: Солон-Пресс, 2008.

## ECONOMIZATION PROCEDURE AND DESIGN OF REGULATORS FOR NONLINEAR SYSTEMS

Kapalin V.<sup>1</sup>  
Nguyen Duy Trinh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Moscow State Institute  
of Electronics and Mathematics  
(Technical University)*

*e-mail: v\_kapalin@mail.ru*

<sup>2</sup>*Ho Chi Minh City University  
of Transports, No 2, D3 street,  
Ward 25, Binh Thanh District,  
Ho Chi Minh City, Vietnam.*

*e-mail: duytrinh1981@gmail.com*

The economization procedure of power series theory is applied for the linearization of nonlinear non-memory elements in control systems and for the modal and optimal design of linear regulators for nonlinear control objects.

**Ключ. сл.**

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛИТИКИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПОДСИСТЕМЫ ЭТАЛОННОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ЭМЗАС-СЕТИ

**А.С. Дубровин**<sup>1</sup>  
**В.И. Сумин**<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Воронежская  
государственная  
технологическая академия*

<sup>2</sup>*Воронежский  
институт МВД России*

*e-mail:  
asd\_kiziltash@box.vsi.ru*

Построены на основе аппарата ЭМЗАС-сетей математические модели регламентируемой эталонной моделью защищенной автоматизированной системы (ЭМЗАС) политики безопасности (ПБ) отдельной подсистемы автоматизированной системы обработки данных (АСОД). Построенные модели дают основу для синтеза ПБ эталонной АСОД по подсистемам, что существенно расширяет теоретические предпосылки для реализации ЭМЗАС в практике разработки АСОД критического применения.

Ключевые слова: эталонная модель защищенной автоматизированной системы (ЭМЗАС), автоматизированная система обработки данных (АСОД) критического применения (КП), дискреционный доступ, основная теорема безопасности, суперблок ЭМЗАС-сети.

---

Данная работа посвящена обобщению математических моделей, опубликованных в [1], с учетом некоторых структурных аспектов, начало исследованию которых положила статья [2]. Предварительно кратко изложим современное состояние вопроса.

Современный взгляд на понятие защищенности от несанкционированного доступа (НСД) автоматизированной информационной системы (АИС) поддерживается на международном уровне стандартом ISO/IEC 15408, кратко называемым также ОК – «Общие критерии», и на отечественном уровне группой стандартов ГОСТ Р ИСО/МЭК 15408-2002 «Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий». Согласно этому взгляду, защищенная АИС – это АИС, которая успешно противодействует заданным угрозам защищенности при заданных внешних условиях ее функционирования. Защита информации (ЗИ) от НСД превращается в бесконечную гонку средств защиты и нападения, когда появление новых средств нападения приводит к появлению противостоящих им средств защиты, а появление новых средств защиты приводит к появлению обходящих их средств нападения.

Являясь удовлетворительным для многих классов АИС, такое понимание плохо подходит для класса автоматизированных систем обработки данных (АСОД) критического применения (КП). АСОД КП появились в результате внедрения вычислительной техники в сфере критических объектов (военные объекты, экологически опасные производства, атомные станции, объекты транспорта, связи, финансово-кредитной сферы и т.д.), характеризующихся неприемлемостью для общества ущерба от нарушения их работоспособности [3]. Требования к программно-технической реализации АСОД КП отличаются приоритетом защищенности от НСД над функциональностью. Для АСОД КП предпочтительнее перспективный взгляд, трактующий защищенность от НСД как отсутствие в технологии циркуляции информации уязвимостей, по причине наличия которых возможна реализация различных угроз, что позволит разорвать порочный круг бесконечного противостояния средств защиты и нападения.

Защищенность АСОД КП должна характеризоваться соответствием реализованной в ней технологии циркуляции информации некоторым подлежащим стандартизации эталонным моделям безопасной (неуязвимой) циркуляции информации. Однако в настоящее время перспективный взгляд на понятие защищенности от НСД в АСОД КП лишь частично реализуется на практике, так как не находит прямого отражения в соответствующих стандартах на унифицированные архитектурные решения,

удовлетворяющие общепринятым эталонным моделям безопасной циркуляции информации в АСОД КП. В качестве претендента на такую эталонную модель Дубровиным А.С. при поддержке ряда коллег развивается эталонная модель защищенной автоматизированной системы (ЭМЗАС) как теоретическая основа унификации архитектурного облика АСОД КП за счет стандартизации интерфейсов сопряжения прикладных процессов с уровневыми комплексами сервисов безопасности на основе их декомпозиции по уровням доступа к ресурсам АСОД (ЭМЗАС предусматривает 15-уровневую структуризацию как расширение 7-уровневой структуризации OSI в направлении декомпозиции ее прикладного уровня) [4, 5].

Причиной сложности создания такого рода эталонных моделей являются принципиальные теоретические трудности моделирования процессов ЗИ от НСД, возникающие при попытке соединить перспективное понимание защищенности с гибкостью защитных механизмов. Природа этих трудностей достаточно сложна, но в самом общем виде может быть описана следующим образом: существующие математические формализмы защищенности информации, описанные, в частности, в [6], предполагают при моделировании неуязвимости динамическое, локальное и дискретное рассмотрение, а при моделировании гибкости защитных механизмов – статическое, глобальное и непрерывное. В ЭМЗАС преодоление трудностей моделирования осуществляется на пути интеграции передовых математических формализмов защищенности информации, конструктивно соединяющей противоположные рассуждения. Обеспечить на уровне моделей недопущение уязвимостей и гибкость защитных механизмов представляется невозможным в рамках традиционной «аналитической» общенаучной парадигмы. Предлагаемый в ЭМЗАС системный подход предусматривает соединение неуязвимости и гибкости по каждому из трех аспектов защищенности (конфиденциальность, доступность и целостность) на пути подлинной интеграции процессов обработки и защиты данных.

В плане конфиденциальности и доступности информации гибкость защитных механизмов означает гибкость разграничения доступа к информации, а уязвимости кроются в модели используемой политики безопасности (ПБ) АСОД КП и в ее практической реализации [7]. Единственной подлинно гибкой является дискреционная модель ПБ, которая принципиально небезопасна, то есть неизбежно порождает уязвимости. С другой стороны, принципиально безопасен только класс моделей конечных состояний, берущий свое начало от мандатного метода контроля доступа. Однако возможности применения существующих моделей конечных состояний весьма ограничены ввиду их принципиальной негибкости. Этот недостаток данного класса моделей можно устранить, сблизив данный класс моделей с дискреционной моделью. Но этому мешает естественное для «аналитической» общенаучной парадигмы традиционно независимое рассмотрение процессов защиты данных от процессов обработки данных в АСОД, а отход от этого принципа требует масштабных и глубоких научных исследований.

Любая модель ПБ АСОД обязательно поддерживает глобальную ПБ, характеризующую желаемые свойства АСОД (синтаксис доступа), и может поддерживать локальную ПБ, характеризующую правила перехода АСОД между соседними состояниями (семантика доступа). Наличие поддержки локальной ПБ означает динамичность соответствующей модели, а отсутствие – статичность. Динамическая модель ПБ, в отличие от статической, накладывает ограничения на состояния АСОД. Если множество возможных состояний удастся представить как вполне определенное конечное множество, то модель ПБ относится к классу моделей конечных состояний. Теоретическим основанием принципиальной безопасности моделей конечных состояний ПБ АСОД служит так называемая основная теорема безопасности, которая формулируется и доказывается отдельно для каждой модели [7]. В соответствии с ней, если в начальный момент времени глобальная ПБ выполняется и все переходы АСОД из состояния в состояние удовлетворяют соответствующей локальной ПБ, то в любой последующий момент времени глобальная ПБ также будет выполняться. Таким образом, уязвимости



в АСОД данного типа не заложены непосредственно в модель ПБ, а могут появиться только при практической реализации.

Дискреционная модель, устанавливающая полномочия доступа пользователей, в общем случае выступающих в определенных ролях, к объектам, вообще не оперируя переходами между состояниями АСОД, наиболее совершенным образом поддерживает глобальную ПБ. Однако, не относясь к моделям конечных состояний, она принципиально не безопасна. Актуальна разработка в рамках ЭМЗАС моделей комплексов ПБ, являющихся моделями конечных состояний по существу и дискреционными по форме. Единство существа и формы при этом означает, что любой дискреционный доступ может реализовываться только однозначно определяемой последовательностью переходов между конечными состояниями, для которой можно гарантировать ее безопасность. Для этого необходимо обеспечить необходимое разделение процессов, реализующих различные дискреционные доступы, для устранения взаимовлияния и обеспечить контролируемую однозначную реализацию каждого отдельно взятого дискреционного доступа. Произвольный дискреционный доступ представляется многоуровневым, осуществляющимся к иерархически структурированным ресурсам с последовательным спуском по иерархическим уровням цепочкой авторизованных доступов компонентов вышестоящего уровня к ресурсам компонентов соседнего нижестоящего уровня. Ограничения глобальной ПБ задаются согласно обычной дискреционной модели, а локальной – через задание полномочий доступа данной авторизации между субъектами соседних уровней в направлении сверху вниз. Выполнение гарантирующей глобальную ПБ локальной ПБ обеспечивается автоматически с использованием механизма задания требований к субъектному наполнению эталонной АСОД при организации изолированной программной среды (ИПС). Тем самым, ЭМЗАС развивает концепцию ИПС [7], лежащую в основе методологии гарантирования защиты АСОД и являющуюся расширением зарубежных подходов к реализации ядра безопасности в направлении учета контроля порождения субъектов.

Формализм ЭМЗАС должен интегрировать дискреционный формализм [6, 7], имеющий статический характер, и удобный для описания процессов обработки данных сетевой формализм [8], имеющий динамический характер. Он должен единым образом описывать динамический и статический доступ к информации, структурируемой методом, обеспечивающим единство рассмотрения глобальной и локальной ПБ. Для этого на базе известных E-сетевых формализмов [8], возникших в развитие сетей Петри, в рамках ЭМЗАС предложен новый проблемно-ориентированный аппарат математического моделирования – ЭМЗАС-сети, эквивалентные E-сетям специального вида. Введение ЭМЗАС-сетей открывает путь для систематического исследования их математических свойств как инструмента разработки АСОД КП на основе ЭМЗАС. На этом пути построены на основе аппарата ЭМЗАС-сетей математические модели ПБ эталонной АСОД (определены ПБ на всей ЭМЗАС-сети целиком) [1].

Затем была выявлена возможность анализа и синтеза ЭМЗАС-сети по частям [2], поэтому актуально обобщение данных моделей в направлении возможного задания ПБ не на всей ЭМЗАС-сети, а на произвольном представителе некоторого подкласса ее связанных частей, одним из которых является ЭМЗАС-сеть целиком. Помимо прежних вопросов формального задания и индуцирования ПБ, при этом возникают и имеющие существенное значение для развития методов синтеза ПБ совершенно новые вопросы совместимости ПБ, заданных на разных частях одной и той же ЭМЗАС-сети.

Исходной основой для удобного разбиения ЭМЗАС-сети на части служит вводимое для группирования нескольких соседних уровней ЭМЗАС по некоторому признаку понятие *слоя ЭМЗАС порядка  $j$  уровня*  $l_j$  как совокупности уровней ЭМЗАС с номерами  $l = \overline{l_n, l_g}$ , где  $l_n = l_g - j + 1$  – номер *нижнего уровня данного слоя ЭМЗАС* [2]. Порядок и уровень слоя имеют смысл количества образующих уровней и наивысшего из них. Слой первого порядка уровня  $l_g$  есть уровень с номером  $l_g$ .

Подходящим для математического моделирования ПБ эталонной АСОД специфическим синтаксическим представлением ЭМЗАС-сети является ее *каноническая форма* (см. рис. 1), найденная на основе минимизации описательных средств – граф особого вида, вершинами которого являются модули (см. рис. 2), содержащие позиции. Структура сети блочная (см. рис. 3), динамика определяется перемещением по заданным процедурам (преобразования, разрешающим и временной задержки) объектов (фишек), группирующихся в транзакты. Каждый *модуль ЭМЗАС-сети* содержит набор пар противоположащих входных и выходных позиций. Все входные позиции простые, а все выходные – разрешающие. Пары противоположащих позиций одного модуля различаются между собой своей авторизацией, причем для каждой авторизации существует единственная пара противоположащих позиций. Если число авторизаций в ЭМЗАС-сети обозначить через  $N$ , то любой модуль содержит  $N$  входных позиций и  $N$  выходных.

Для идентификации модулей и блоков ЭМЗАС-сети используется механизм их индексации индексами различного порядка. Индекс произвольного  $j$ -го порядка определяется как выражение следующего вида:  $i_1 . i_2 . \dots . i_j$ , представляющее собой последовательность  $j$  натуральных чисел, записанных через точку. В основе индексации лежит отнесенность модулей уровням ЭМЗАС и нумерация модулей в содержащем их блоке. Модули  $l$ -го уровня ЭМЗАС индексируются индексами порядка  $(L - l)$ ,  $l = \overline{1, L}$ , где  $L$  – число уровней ЭМЗАС-сети (15-уровневой ЭМЗАС соответствует  $L = 13$ ). Все модули данного блока делятся на верхние и нижние (относящиеся к более высокому и более низкому уровню ЭМЗАС соответственно). Любой блок ЭМЗАС-сети с некоторым индексом  $l$  содержит единственный верхний модуль ( $N^o$  в блоке) и  $K[l]$  нижних модулей (с номерами от 1 до  $K[l]$  в блоке). Индекс блока совпадает с индексом его верхнего модуля. Индекс нижнего модуля с номером  $j = \overline{1, K[l]}$  в блоке с индексом  $l$  определяется как  $l . j$ . Будем говорить, что индекс  $J$  является *подиндексом индекса  $l$* , и обозначать это  $J \subset l$  или  $l \supset J$ , если  $l = J . i_1 . i_2 . \dots . i_k$ . А ситуацию  $((J \subset l) \vee (J = l))$  будем обозначать  $J \subseteq l$  или  $l \supseteq J$ .

Каждая пара противоположащих позиций с номером авторизации  $\alpha$  модуля с индексом  $l$  характеризуется булевозначным *признаком допустимости авторизации*  $r = r(l, \alpha)$ , показывающим, может ли в эталонной АСОД быть иницирован из соответствующего модуля процесс с данной авторизацией.

Объекты (фишки) могут обладать набором признаков (атрибутов). С каждой позицией ассоциированы процедура временной задержки и процедура преобразования. С каждой разрешающей позицией ассоциирована разрешающая процедура, позволяющая организовывать условные ветвления и переключения при перемещении фишек. Динамика ЭМЗАС-сети в канонической форме определяется перемещением фишек из одних позиций в другие, что формально эквивалентно изменению маркировки сети. Каждая фишка может перемещаться только по позициям одной авторизации, номер которой определяется номером авторизации соответствующего транзакта.

Перемещение фишки может осуществляться либо из входной позиции модуля в противоположащую ей выходную, либо из выходной позиции модуля во входную позицию той же авторизации другого модуля того же блока со спуском на один уровень ЭМЗАС, либо из выходной позиции модуля первого уровня во входную позицию той же авторизации модуля  $L$ -го уровня ЭМЗАС. Одновременно допустимо перемещение многих фишек (представление параллельных процессов). Для перемещения фишки из разрешающей позиции требуется предварительно вычислить соответствующую разрешающую процедуру для определения совокупности модулей, во входные позиции той же авторизации которых произойдет перемещение с возможным размножением или поглощением фишек. Длительность нахождения фишки в данной позиции опре-

деляется ее процедурой задержки. В конце этого интервала времени осуществляется перемещение с возможным размножением или поглощением фишки из одной позиции в другую, и над атрибутами перемещаемых фишек выполняется процедура преобразования.

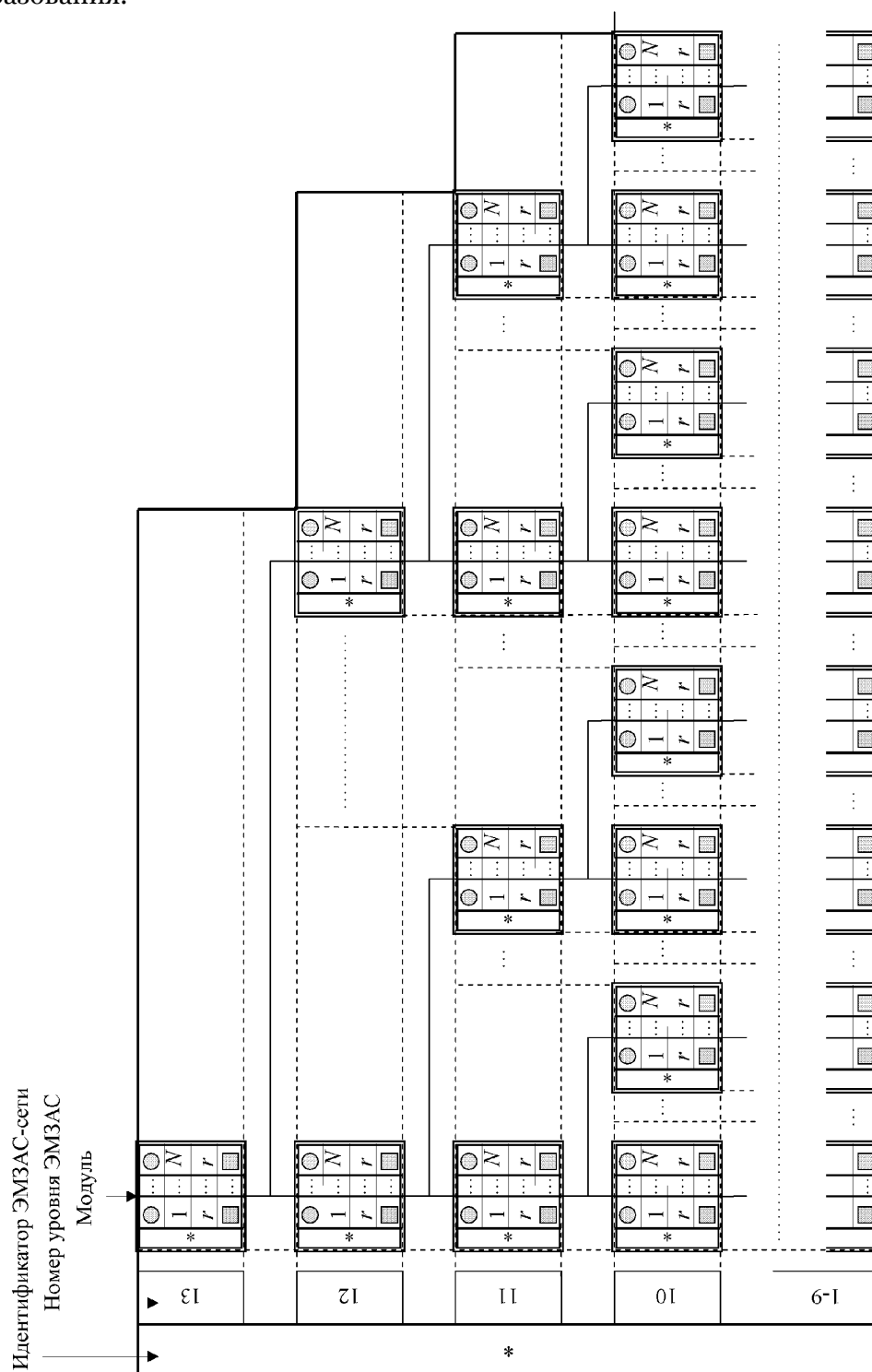


Рис. 1. Графическое изображение ЭМЗАС-сети в канонической форме

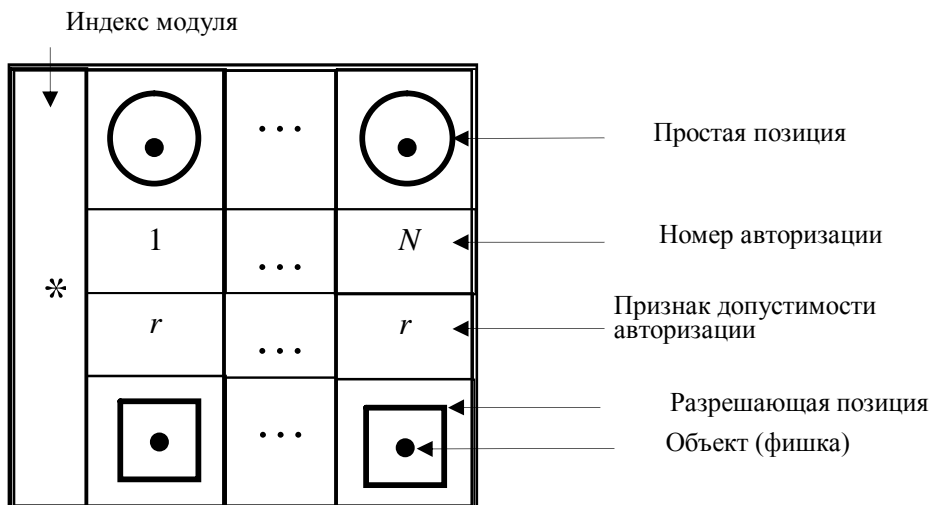


Рис. 2. Графическое изображение модуля ЭМЗАС-сети

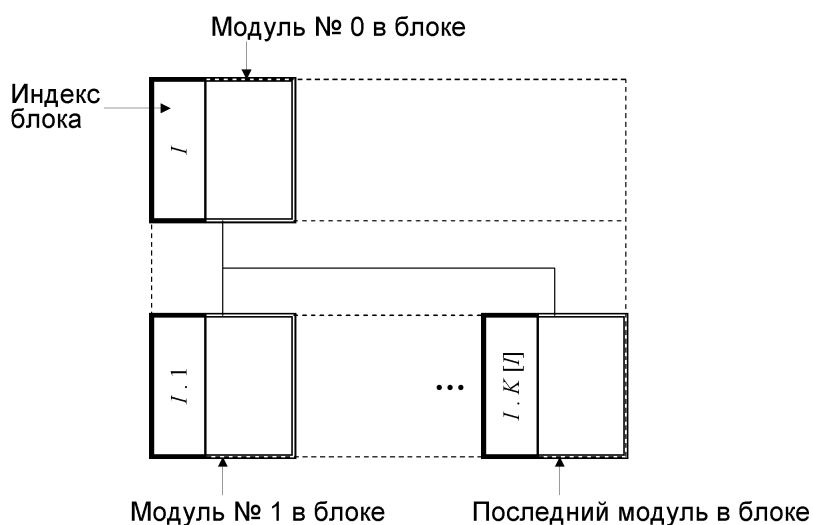


Рис. 3. Графическое изображение блока ЭМЗАС-сети

Введем следующие обозначения (везде  $k = \overline{1, L}$ ,  $l = \overline{1, L}$ ,  $k \neq l$ ):

$S$  – множество позиций,  $S = Q \cup P \neq \emptyset$ ,  $Q \cap P = \emptyset$ ,  $|S| < \infty$ ,  $|Q| = |P|$ ;

$Q$  – множество простых позиций,  $Q = \bigcup_{l=1}^L Q_l \neq \emptyset$ ,  $|Q| < \infty$ ,  $Q_k \cap Q_l = \emptyset$ ;

$P$  – множество разрешающих позиций,  $P = \bigcup_{l=1}^L P_l \neq \emptyset$ ,  $|P| < \infty$ ,  $P_k \cap P_l = \emptyset$ ;

$Q_l, P_l$  – множества простых и разрешающих позиций  $l$ -го уровня,  $|Q_l| = |P_l| \neq 0$ ;

$U$  – множество модулей,  $U = \bigcup_{l=1}^L U_l \neq \emptyset$ ,  $|U| < \infty$ ,  $U_k \cap U_l = \emptyset$ ;

$U_l$  – множество модулей  $l$ -го уровня;

$I(u) = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \dots \cdot i_{L-1}$  – индекс модуля  $u \in U_l$  и блока, у которого этот модуль верхний (№ 0 в блоке), в частности,  $I(u) = 0$  при  $l = L$ ;

$K[l]$  – число нижних модулей в блоке с индексом  $l$ ;



$l, j$  – индекс нижнего модуля с номером  $j = \overline{1, K[l]}$  в блоке с индексом  $l$ ;

$r = r[l, \alpha]$  – признак допустимости авторизации  $\alpha$  в модуле с индексом  $l$ ;

$M_{вх} = M_{вх}[l, \alpha]$ ,  $M_{вых} = M_{вых}[l, \alpha]$  – входная и выходная функции разметки,

определяющие маркировку, или состояние, входных и выходных позиций модулей в форме булевой переменной (показывают, маркирована ли данная позиция, т.е. содержит ли фишку, причем каждая позиция может содержать не более одной фишки).

Формальное представление модуля ЭМЗАС-сети заданной структуры:

$$u = \langle l, q = q[l, \alpha], p = p[l, \alpha] \rangle \in U_l, \quad (1)$$

где  $l = l(u)$  – индекс модуля,  $q = q[l, \alpha] \in Q_l$ ,  $p = p[l, \alpha] \in P_l$ .

Структура самой ЭМЗАС-сети формально представляется кортежем

$$E = \langle N, K = K[l], r = r[l, \alpha], M_{вх} = M_{вх}[l, \alpha], M_{вых} = M_{вых}[l, \alpha] \rangle. \quad (2)$$

Для проработки вопросов, связанных с совместным функционированием процессов эталонной АСОД в пределах некоторой ее подсистемы, вводятся в рассмотрение необходимые понятия в сетевой и более общей, системной трактовке для некоторых структурных компонент ЭМЗАС-сети. В сетевой трактовке структурный компонент ЭМЗАС-сети есть некоторая связанная ее часть, а в системной – некоторое подмножество фиксированного множества  $U$  модулей ЭМЗАС-сети. Любой структурный компонент в сетевой трактовке отождествляется с соответствующим компонентом в системной, но компоненты в системной трактовке могут не иметь аналогов в сетевой. Определенные классы структурных компонент ЭМЗАС-сети трактуются в системной трактовке как системы множеств. Это позволяет применять к структурным компонентам любые теоретико-множественные операции, в частности: объединение, пересечение, вычитание, образование симметрической разности. Операции в такой трактовке полностью соответствуют операциям в сетевой трактовке, но имеют более общий характер, так как позволяют снять соответствующие ограничения замкнутости.

Слой  $S_{l_n \dots l_b}$  уровня  $l_b$  с нижним уровнем  $l_n$  ЭМЗАС-сети  $B_0 = S_{1 \dots L}$  (имеет порядок  $j = l_b - l_n + 1$ ) – это (в сетевой трактовке) часть ЭМЗАС-сети, относящаяся к слою ЭМЗАС порядка  $j$  уровня  $l_b$ . Он содержит только модули, относящиеся к данному слою ЭМЗАС, и связывающие их дуги. Для слоя первого порядка имеем:  $S_{l_b \dots l_b} = U_{l_b}$ .

Два слоя ЭМЗАС-сети  $S_{l_{n1} \dots l_{b1}}$  и  $S_{l_{n2} \dots l_{b2}}$  будем называть пересекающимися, если они имеют хотя бы один общий образующий их уровень ЭМЗАС ( $\max(l_{n1}, l_{n2}) \leq \min(l_{b1}, l_{b2})$ ), и непересекающимися в противном случае.

Для пары пересекающихся слоев ЭМЗАС-сети можно определить в сетевой трактовке операции объединения и пересечения следующим образом.

Результат объединения двух пересекающихся слоев  $S_{l_{n1} \dots l_{b1}}$  и  $S_{l_{n2} \dots l_{b2}}$  ЭМЗАС-сети есть слой  $S_{l_n \dots l_b} = S_{l_{n1} \dots l_{b1}} \cup S_{l_{n2} \dots l_{b2}}$ , где  $l_n = \min(l_{n1}, l_{n2})$ ,  $l_b = \max(l_{b1}, l_{b2})$ , этой ЭМЗАС-сети, образованный такими и только такими уровнями ЭМЗАС, которые образуют хотя бы один из исходных слоев.

Результат пересечения двух пересекающихся слоев  $S_{l_{n1} \dots l_{b1}}$  и  $S_{l_{n2} \dots l_{b2}}$  ЭМЗАС-сети есть слой  $S_{l_n \dots l_b} = S_{l_{n1} \dots l_{b1}} \cap S_{l_{n2} \dots l_{b2}}$ , где  $l_n = \max(l_{n1}, l_{n2})$ ,  $l_b = \min(l_{b1}, l_{b2})$ , этой ЭМЗАС-сети, образованный такими и только такими уровнями ЭМЗАС, которые образуют одновременно оба из исходных слоев.

В сетевой трактовке понятия слоя ЭМЗАС-сети операции объединения и пересечения применимы только к пересекающимся слоям, а в системной – к любым. Например, результат объединения двух слоев может не быть слоем, тем не менее, такая операция в системной трактовке имеет смысл.





Суперблок  $V_{l_n \dots l_b}(l)$  уровня  $l_b$  с нижним уровнем  $l_n$  и индексом  $l$  (данный суперблок ЭМЗАС-сети имеет порядок  $j = l_b - l_n + 1$  и вписан в слой ЭМЗАС-сети  $S_{l_n \dots l_b}$ ) ЭМЗАС-сети  $V_0 = V_{1 \dots L}(0)$  – это (в сетевой трактовке) та часть слоя  $S_{l_n \dots l_b}$ , индекс модулей которой  $J \subseteq I$ . Порядок суперблока имеет смысл количества уровней, на которых лежат его модули, уровень суперблока – наивысшего из этих уровней, а индекс суперблока – индекса единственного модуля уровня суперблока. Понятие суперблока обобщает понятия модуля  $V_{l_b \dots l_b}(l)$ , блока  $V_{l_b-1 \dots l_b}(l)$  и ЭМЗАС-сети в целом  $V_0 = V_{1 \dots L}(0)$ . Уровни ЭМЗАС, на которых лежат модули суперблока, можно поделить на три части: уровень суперблока, *нижний уровень суперблока* (самый нижний из этих уровней) и *средние уровни суперблока* (остальные из этих уровней). Модули, лежащие на этих уровнях, будем называть *верхними, нижними и средними модулями суперблока* соответственно. Обозначим через  $Q_l(V)$ ,  $P_l(V)$ ,  $U_l(V)$  множества простых позиций  $l$ -го уровня, разрешающих позиций  $l$ -го уровня и модулей  $l$ -го уровня суперблока  $V$ , а через  $Q(V) = \bigcup_{l=l_n}^{l_b} Q_l(V)$ ,  $P(V) = \bigcup_{l=l_n}^{l_b} P_l(V)$ ,  $U(V) = \bigcup_{l=l_n}^{l_b} U_l(V)$  – множества

простых позиций, разрешающих позиций и модулей суперблока  $V$ .

Два суперблока ЭМЗАС-сети будем называть *пересекающимися*, если они имеют хотя бы один общий модуль, и *непересекающимися* в противном случае.

**Теорема 1 (необходимое и достаточное условие пересечения суперблоков ЭМЗАС-сети).** Два суперблока ЭМЗАС-сети пересекаются тогда и только тогда, когда верхний модуль одного из них входит в состав другого.

**Следствие 1 из теоремы 1.** Различные суперблоки, вписанные в один и тот же слой, являются непересекающимися.

**Следствие 2 из теоремы 1.** Суперблоки одинакового уровня, но разного порядка либо являются непересекающимися, либо имеют общий верхний модуль и суперблок более высокого порядка содержит суперблок более низкого.

**Следствие 3 из теоремы 1.** Если различные суперблоки с одинаковым нижним уровнем являются пересекающимися, то они имеют разный порядок и суперблок более высокого порядка содержит в себе суперблок более низкого.

Результат пересечения двух пересекающихся суперблоков ЭМЗАС-сети есть суперблок, модулями которого являются все общие модули исходных суперблоков. Данное определение предполагает, что общие модули любых пересекающихся суперблоков образуют новый суперблок. Это подтверждает следующая теорема.

**Теорема 2.** Пусть  $V_{l_n \dots l_b}(l) = V_{l_{n1} \dots l_{b1}}(l_1) \cap V_{l_{n2} \dots l_{b2}}(l_2)$ . Тогда выполнено:  $l_b = \min(l_{b1}, l_{b2})$ ,  $l_n = \max(l_{n1}, l_{n2})$ , и если  $l_b = l_{b1}$ , то  $l = l_1$ , а если  $l_b = l_{b2}$ , то  $l = l_2$ .

Исходной предпосылкой для формального задания ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети является тот факт, что суперблок  $j$ -го порядка  $L$ -уровневой ЭМЗАС-сети при изолированном его рассмотрении эквивалентен  $j$ -уровневой ЭМЗАС-сети. С этой точки зрения понятия ПБ на ЭМЗАС-сети естественно обобщаются на случай суперблоков.

*Глобальная ПБ эталонной АСОД в смысле ЭМЗАС* – это полномочия дискреционного доступа заданной авторизации к защищаемой информации как объектам уровня физических ресурсов АСОД (полномочия данного пользователя в данной роли по использованию физической среды хранения и передачи информации с учетом размещения конкретных элементов защищаемой информации). Ее математической моделью служит *глобальная ПБ на ЭМЗАС-сети*, которую на отдельном суперблоке  $V = V_{l_n \dots l_b}(l_0)$  будем задавать некоторым подмножеством разрешающих позиций нижнего уровня суперблока:  $\Omega_2(V) \subseteq P_{l_n}(V)$ . Позиции, входящие в множество  $\Omega_2(V)$ , назовем *позициями, разрешенными данной глобальной ПБ на суперблоке*.

Выполнение глобальной ПБ  $\Omega_2(B)$  на суперблоке В ЭМЗАС-сети означает:

$$(\forall p = \rho[I, \alpha] \in P_{l_n}(B) \setminus \Omega_2(B)) (M_{\text{вблх}}[I, \alpha] = 0), \quad (3)$$

т.е. все не разрешенные разрешающие позиции нижнего уровня не маркированы. Это интерпретируется как невозможность нелегального с точки зрения заданной ПБ дискреционного доступа к ресурсам нижнего уровня. *Нарушение (актуальное или потенциальное) глобальной ПБ  $\Omega_2(B)$  на суперблоке В ЭМЗАС-сети* характеризуется актуальной или потенциальной маркированностью некоторой не разрешенной разрешающей позиции нижнего уровня, что интерпретируется как нелегальный для заданной ПБ дискреционный доступ к ресурсам нижнего уровня:

$$(\exists p = \rho[I, \alpha] \in P_{l_n}(B) \setminus \Omega_2(B)) (M_{\text{вблх}}[I, \alpha] = 1). \quad (4)$$

Обобщением глобальной ПБ эталонной АСОД на произвольный уровень ЭМЗАС является *уровневая дискреционная ПБ эталонной АСОД* – полномочия дискреционного доступа заданной авторизации к объектам данного уровня (полномочия данного пользователя в данной роли по использованию ресурсов данного уровня). Для математического моделирования определим *уровневую дискреционную ПБ  $l$ -го уровня на суперблоке  $B = V_{l_n \dots l_b}(I_0)$* , задаваемую множеством разрешенных ею позиций как подмножеством разрешающих позиций  $l$ -го уровня суперблока:  $\Omega_{\partial l}(B) \subseteq P_l(B)$ ,  $l_n \leq l \leq l_b$ . Дискреционная ПБ нижнего уровня на суперблоке есть глобальная ПБ на нем.

Выполнение *уровневой дискреционной ПБ  $\Omega_{\partial l}(B)$  на суперблоке В* означает:

$$(\forall p = \rho[I, \alpha] \in P_l(B) \setminus \Omega_{\partial l}(B)) (M_{\text{вблх}}[I, \alpha] = 0), \quad (5)$$

т.е. все не разрешенные разрешающие позиции  $l$ -го уровня не маркированы. Это интерпретируется как невозможность осуществления дискреционного доступа к ресурсам данного уровня, нелегального с точки зрения заданной ПБ. *Нарушение (актуальное или потенциальное) уровневой дискреционной ПБ  $\Omega_{\partial l}(B)$  на суперблоке В ЭМЗАС-сети* характеризуется актуальной или потенциальной маркированностью некоторой не разрешенной разрешающей позиции данного ( $l$ -го) уровня, что интерпретируется как нелегальный дискреционный доступ пользователя к объектам данного уровня:

$$(\exists p = \rho[I, \alpha] \in P_l(B) \setminus \Omega_{\partial l}(B)) (M_{\text{вблх}}[I, \alpha] = 1). \quad (6)$$

Правила безопасного межсубъектного управления в эталонной АСОД декомпозируются по уровням ЭМЗАС в соответствии с аналогичной классификацией пар субъектов «управляющий – управляемый». Любой субъект может управлять субъектом только соседнего нижестоящего уровня. Уровневые правила оперируют субъектами данного уровня как управляемыми и соседнего вышестоящего уровня как управляющими. Такая ПБ (*уровневая локальная ПБ эталонной АСОД*), относясь к взаимодействию соседних уровней, носит локальный характер в отличие от дискреционной ПБ, связывающей уровни от верхнего до данного, и, тем более, от глобальной ПБ, охватывающей все уровни ЭМЗАС.

Для математического моделирования введем понятие *уровневой локальной ПБ на суперблоке  $B = V_{l_n \dots l_b}(I_0)$  ЭМЗАС-сети*, задаваемую для  $l$ -го уровня множеством:

$$\Omega_{\partial l}(B) = \left\{ \langle I(u), \alpha, r[I(u), \alpha] \mid u \in U_l(B), \alpha = \overline{1, N} \rangle, l_n \leq l \leq l_b. \quad (7)$$

Такая ПБ устанавливает признаки допустимости авторизаций в модулях данного уровня данного суперблока (допустимость перемещения фишки из простой позиции в разрешающую для каждой пары противоположащих позиций данного уровня). Множество *позиций, разрешенных уровневой локальной ПБ  $\Omega_{\partial l}(B)$  на суперблоке В* (разре-

шающие позиции данного уровня данного суперблока, в которые допустимо перемещение фишки) имеет вид:

$$\left\{ p = p[I(u), \alpha] \in P_l(B) \mid u \in U_l(B), \alpha = \overline{1, N}, \langle I(u), \alpha, 1 \rangle \in \Omega_{ll}(B) \right\}.$$

Выполнение *урвневой локальной ПБ*  $\Omega_{ll}(B)$  на суперблоке  $B$  означает:

$$\left( \forall p = p[I(u), \alpha] \in P_l(B) \mid u \in U_l(B), \alpha = \overline{1, N}, \langle I(u), \alpha, 0 \rangle \in \Omega_{ll}(B) \right) (M_{\text{ввх}}[I, \alpha] = 0), \quad (8)$$

т.е. никакая не разрешенная разрешающая позиция данного ( $l$ -го) уровня не может содержать фишку. Это интерпретируется как невозможность межсубъектного управления на данном уровне с нарушением предусмотренных ПБ уровневых правил безопасного межсубъектного управления. *Нарушение ПБ*  $\Omega_{ll}(B)$  означает:

$$\left( \exists p = p[I(u), \alpha] \in P_l(B) \mid u \in U_l(B), \alpha = \overline{1, N}, \langle I(u), \alpha, 0 \rangle \in \Omega_{ll}(B) \right) (M_{\text{ввх}}[I, \alpha] = 1), \quad (9)$$

т.е. некоторая не разрешенная разрешающая позиция данного ( $l$ -го) уровня маркирована (интерпретируется как осуществление некоторого межсубъектного управления на данном уровне с нарушением предусмотренных ПБ уровневых правил).

Правила безопасного межсубъектного управления в эталонной АСОД декомпозируются также по управляющим субъектам. Математической моделью межсубъектного управления с фиксированным управляющим субъектом является блок ЭМЗАС-сети. Для произвольного блока с индексом  $l$  его единственный верхний модуль ( $N^0$  в блоке и с индексом  $l$  в ЭМЗАС-сети) ассоциируется с управляющим субъектом, а все его нижние модули (с номерами от 1 до  $K[l]$  в блоке и с индексами от  $l.1$  до  $l.K[l]$  в ЭМЗАС-сети) ассоциируются с актуально или потенциально управляемыми субъектами. Для математического моделирования правил безопасного межсубъектного управления с фиксированным управляющим субъектом используется *блочная ПБ на ЭМЗАС-сети*, устанавливающая признаки допустимости всевозможных авторизаций во всех модулях данного блока (допустимость перемещения фишки из простой позиции в разрешающую для каждой пары противоположащих позиций данного блока).

При формальном задании такой ПБ возникает вопрос согласования признаков допустимости авторизаций и соответствующих множеств *разрешенных позиций* (разрешающие позиции данного блока, в которые допустимо перемещение фишки) между верхним модулем, с одной стороны, и всеми нижними модулями, с другой. Предпосылкой согласования является одинаковая авторизация управляемого и управляющего субъектов в эталонной АСОД. На ЭМЗАС-сети это проявляется в том, что фишка попадает в разрешающую позицию нижнего модуля только из аналогично авторизованной разрешающей позиции верхнего модуля. Как следствие: во-первых, допустимость авторизации для управляемого субъекта требует допустимости той же авторизации для управляющего; во-вторых, недопустимость авторизации для управляющего субъекта требует недопустимости той же авторизации для всех управляемых. Первое и второе следствия дают соответственно **первое (10) и второе (11) правила согласования признаков допустимости авторизации при формальном задании блочной ПБ на ЭМЗАС-сети**:

$$\left( \exists j \in \overline{1, K[l]} \right) (r[l.j, \alpha] = 1) \Rightarrow (r[l, \alpha] = 1), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad l = l(u), \quad u \in U \setminus U_1; \quad (10)$$

$$(r[l, \alpha] = 0) \Rightarrow \left( \forall j \in \overline{1, K[l]} \right) (r[l.j, \alpha] = 0), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad l = l(u), \quad u \in U \setminus U_1. \quad (11)$$

Блочная ПБ на ЭМЗАС-сети задается согласованной по этим правилам установкой признаков допустимости авторизаций во всех модулях данного блока.

Для математического моделирования взаимно согласованных по всей эталонной АСОД правил безопасного межсубъектного управления используется *локальная ПБ на ЭМЗАС-сети* как объединение уровневых локальных ПБ по всем уровням с согласованием признаков допустимости авторизации в рамках блочной ПБ по всем блокам. Задать такую ПБ на суперблоке  $B = B_{l_1 \dots l_b}(l_0)$  можно множеством

$$\Omega_{\alpha}(B) = \bigcup_{l=l_h}^{l_b} \Omega_{\alpha l}(B) = \left\{ \langle I(u), \alpha, r[I(u), \alpha] \rangle \mid u \in U(B), \alpha = \overline{1, N} \right\}, \quad (12)$$

где все признаки  $r[I(u), \alpha]$  взаимно согласованы по всем блокам.

Объединение по разным уровням отдельно первого и второго правил согласования признаков допустимости авторизации дает соответственно **первое (13) и второе (14) правила согласования признаков допустимости авторизации при формальном задании локальной ПБ на суперблоке**  $B = B_{l_h \dots l_b}(I_0)$ :

$$(r[I, \alpha] = 1) \Rightarrow (\forall J \subset I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (r[J, \alpha] = 1), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U(B) \setminus U_{l_b}(B). \quad (13)$$

$$(r[I, \alpha] = 0) \Rightarrow (\forall J \supset I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (r[J, \alpha] = 0), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U(B) \setminus U_{l_h}(B). \quad (14)$$

Для математического моделирования согласованных по всей АСОД полномочий дискреционного доступа используется **дискреционная ПБ на ЭМЗАС-сети** как объединение уровненых дискреционных ПБ по всем уровням с их согласованием в рамках блочных ПБ. Задавать такую ПБ на суперблоке  $B = B_{l_h \dots l_b}(I_0)$  можно множеством

$$\Omega_{\partial l}(B) = \bigcup_{l=l_h}^{l_b} \Omega_{\partial l}(B) \subseteq P(B), \quad (15)$$

где множества  $\Omega_{\partial l}(B)$  согласованы по блокам. Согласование разрешенных позиций и признаков допустимости авторизации эквивалентны (разрешенная позиция – истинное значение признака, а неразрешенная – ложное). Эквивалентно (10) и (11) имеем соответственно **первое (16) и второе (17) правило согласования разрешенных позиций при формальном задании блочной ПБ на ЭМЗАС-сети**:

$$(\exists j \in \overline{1, K[I]}) (p[I, j, \alpha] \in \Omega_{\partial p}) \Rightarrow (p[I, \alpha] \in \Omega_{\partial p}), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U \setminus U_1. \quad (16)$$

$$(p[I, \alpha] \notin \Omega_{\partial p}) \Rightarrow (\forall j \in \overline{1, K[I]}) (p[I, j, \alpha] \notin \Omega_{\partial p}), \quad \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U \setminus U_1. \quad (17)$$

Объединение по разным уровням правил (16) и (17) дает соответственно **первое (18) и второе (19) правила согласования разрешенных позиций при формальном задании дискреционной ПБ на суперблоке**  $B = B_{l_h \dots l_b}(I_0)$ :

$$(p[I, \alpha] \in \Omega_{\partial p}(B)) \Rightarrow (\forall J \subset I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (p[J, \alpha] \in \Omega_{\partial p}(B)), \\ \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U(B) \setminus U_{l_b}(B). \quad (18)$$

$$(p[I, \alpha] \notin \Omega_{\partial p}(B)) \Rightarrow (\forall J \supset I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (p[J, \alpha] \notin \Omega_{\partial p}(B)), \\ \alpha = \overline{1, N}, \quad I = I(u), \quad u \in U(B) \setminus U_{l_h}(B). \quad (19)$$

Дискреционную ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети можно задавать согласованным по этим правилам множеством разрешенных позиций (*разрешающее* представление).

Разрешающее представление дискреционной ПБ на суперблоке информационно избыточно вследствие (18)-(19), т.е. дискреционную ПБ можно однозначно задавать не только множеством всех разрешенных данной ПБ позиций, но и некоторым его подмножеством, по которому можно однозначно восстановить все множество. Для устранения информационной избыточности введем *глобализованное представление дискреционной ПБ на ЭМЗАС-сети*, задаваемое посредством *глобализованного множества*  $\Omega_{\partial z}(B)$  разрешенных позиций, которое выразим через разрешающее представление  $\Omega_{\partial p}(B)$  следующим образом:

$$(p[I, \alpha] \in \Omega_{\partial z}(B)) \Leftrightarrow ((p[I, \alpha] \in \Omega_{\partial p}(B)) \wedge (\forall J \supset I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (p[J, \alpha] \notin \Omega_{\partial p}(B))).$$

$$\alpha = \overline{1, N}, I = I(u), u \in U(B). \quad (20)$$

Из этого определения следует, в частности, что  $\Omega_{\partial_2}(B) \subseteq \Omega_{\partial p}(B)$ .

**Теорема 3.** Разрешающее представление  $\Omega_{\partial p}(B)$  дискреционной ПБ на суперблоке  $B$  выражается через ее глобализованное представление  $\Omega_{\partial_2}(B)$ :

$$\begin{aligned} (p[I, \alpha] \in \Omega_{\partial p}(B)) \Leftrightarrow & \left( (\exists J \supseteq I \mid p[J, \alpha] \in P(B)) (p[J, \alpha] \in \Omega_{\partial_2}(B)) \right), \\ \alpha = \overline{1, N}, I = I(u), u \in U(B). \end{aligned} \quad (21)$$

**Теорема 4.** Пусть на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети задана дискреционная ПБ с глобализованным представлением  $\Omega_{\partial_2}(B)$ . Тогда имеет место формула:

$$(p' = p[I', \alpha] \in \Omega_{\partial_2}(B) \wedge p'' = p[I'', \alpha] \in \Omega_{\partial_2}(B)) \Rightarrow (I' \not\subset I'' \wedge I'' \not\subset I'), \quad (22)$$

то есть для любых двух позиций одинаковой авторизации из глобализованного множества разрешенных позиций индекс одной из них не может быть подиндексом другой.

**Теорема 5.** Всякое подмножество  $\Omega_{\partial_2}(B) \subset P(B)$  множества разрешающих позиций  $P(B)$  суперблока  $B$  ЭМЗАС-сети, удовлетворяющее (22), однозначно задает на нем глобализованное представление некоторой дискреционной ПБ.

**Теорема 6 (существования и единственности глобализованного представления дискреционной ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети).** Любая дискреционная ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети имеет свое единственное глобализованное представление.

Взаимно однозначное соответствие между дискреционными ПБ на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети и подмножествами множества разрешающих позиций, удовлетворяющими (22), устанавливается глобализованным представлением  $\Omega_{\partial_2}(B)$ . Задавая его, можно построить разрешающее представление  $\Omega_{\partial p}(B)$  этой же ПБ согласно (21). Для этого нужно для каждой позиции из  $\Omega_{\partial_2}(B)$  включить в  $\Omega_{\partial p}(B)$  ее саму и все позиции той же авторизации, индекс которых является подиндексом данной. Выполнение на суперблоке  $B$  дискреционной ПБ с разрешающим представлением  $\Omega_{\partial p}(B)$  означает:

$$(\forall p = p[I, \alpha] \in P(B) \setminus \Omega_{\partial p}(B)) (M_{\text{вых}}[I, \alpha] = 0), \quad (23)$$

т.е. все не разрешенные данной ПБ разрешающие позиции не маркированы (невозможность нелегального доступа). *Нарушение (актуальное или потенциальное) дискреционной ПБ на ЭМЗАС-сети* с разрешающим представлением  $\Omega_{\partial p}(B)$  характеризуется актуальной или потенциальной маркированностью не разрешенной разрешающей позиции (нелегальный доступ):

$$(\exists p = p[I, \alpha] \in P(B) \setminus \Omega_{\partial p}(B)) (M_{\text{вых}}[I, \alpha] = 1). \quad (24)$$

В эталонной АСОД гарантирование заданной дискреционной ПБ достигается поддержанием соответствующей (индуцирующей ее) локальной ПБ. Математической моделью этого является аналогичное индуцирование на ЭМЗАС-сети.

Будем говорить, что локальная ПБ  $\Omega_L(B)$  на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети, определенная через (12), индуцирует на том же суперблоке дискреционную ПБ с разрешающим представлением  $\Omega_{\partial p}(B)$ , определенным через (15), если выполнено:

$$(\forall p = p[I, \alpha] \in P(B)) ((p \in \Omega_{\partial p}(B)) \Leftrightarrow (r[I, \alpha] = 1)). \quad (25)$$

Так как согласование признаков допустимости авторизации эквивалентно согласованию разрешенных позиций, существует взаимно однозначное соответствие между ин-



дуцирующими локальными ПБ и индуцируемыми дискреционными ПБ.

**Теорема 7 (основная теорема безопасности для дискреционной ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети).** Если в начальный момент времени выполняется заданная на некотором суперблоке ЭМЗАС-сети дискреционная ПБ, и все перемещения фишек на этом суперблоке удовлетворяют индуцирующей ее локальной ПБ, то в любой последующий момент времени эта дискреционная ПБ на суперблоке также выполняется.

Будем говорить, что некоторая (конечная) маркировка суперблока ЭМЗАС-сети достижима из некоторой другой (начальной) его маркировки в рамках заданной на нем локальной ПБ, если конечную маркировку можно получить из начальной в результате некоторой последовательности перемещения фишек, причем при каждом таком перемещении фишки будет выполняться заданная ПБ.

Назовем следующую маркировку суперблока  $B = B_{l_1 \dots l_g} (I_0)$  корневой:

$$\begin{aligned} & (\forall p = \rho [I, \alpha] \in P_g(B)) ((M_{\text{вх}} [I, \alpha] = 1) \wedge (M_{\text{вых}} [I, \alpha] = 0)) \wedge \\ & \wedge (\forall p = \rho [I, \alpha] \in P(B) \setminus P_g(B)) (M_{\text{вх}} [I, \alpha] = M_{\text{вых}} [I, \alpha] = 0), \end{aligned} \quad (26)$$

то есть все простые позиции уровня суперблока содержат фишку, но никакая из остальных позиций суперблока не содержит фишку. Корневая маркировка ЭМЗАС-сети в целом интерпретируется как отсутствие гиперпроцессов в эталонной АСОД.

Назовем следующую маркировку суперблока  $B$  ЭМЗАС-сети индуцированной дискреционной ПБ с заданным глобализованным представлением  $\Omega_{\partial_2}(B)$ :

$$\begin{aligned} & (\forall p = \rho [I, \alpha] \in \Omega_{\partial_2}(B)) ((M_{\text{вх}} [I, \alpha] = 0) \wedge (M_{\text{вых}} [I, \alpha] = 1)) \wedge \\ & \wedge (\forall p = \rho [I, \alpha] \in P(B) \setminus \Omega_{\partial_2}(B)) (M_{\text{вх}} [I, \alpha] = M_{\text{вых}} [I, \alpha] = 0), \end{aligned} \quad (27)$$

то есть все позиции из глобализованного множества разрешенных данной дискреционной ПБ позиций содержат фишку, но никакая из остальных позиций суперблока не содержит фишку. Такую маркировку суперблока ЭМЗАС-сети можно интерпретировать как реализацию дискреционного доступа к ресурсам его нижнего уровня с полномочиями, максимально предусмотренными заданной на суперблоке дискреционной ПБ.

**Теорема 8 (основная теорема достижимости для дискреционной ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети).** Для любой заданной на суперблоке ЭМЗАС-сети дискреционной ПБ всегда можно так определить разрешающие процедуры и процедуры преобразования на этом суперблоке, что индуцированная данной дискреционной ПБ маркировка суперблока окажется достижимой из корневой его маркировки в рамках индуцирующей данную дискреционную ПБ локальной ПБ на данном суперблоке.

Основные теоремы безопасности и достижимости для дискреционной ПБ на ЭМЗАС-сети в целом имеют естественную интерпретацию: для любой заданной дискреционной ПБ эталонной АСОД однозначно определяются поддерживающие ее правила безопасного межсубъектного управления, при выполнении которых возможен легальный дискреционный доступ и невозможен нелегальный.

Для математического моделирования механизмов поддержания заданных полномочий дискреционного доступа к объектам нижнего уровня суперблока введем понятия индуцирования глобальной политики безопасности дискреционной и локальной политиками безопасности на суперблоке ЭМЗАС-сети.

Будем говорить, что заданная на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети дискреционная ПБ с глобализованным представлением  $\Omega_{\partial_2}(B)$  индуцирует на этом суперблоке глобальную ПБ  $\Omega_2(B)$ , если  $\Omega_2(B) = \Omega_{\partial_2}(B)$ .

В силу теоремы 5 всякое подмножество  $\Omega_{\partial_2}(B) \subset P(B)$  множества разрешающих позиций суперблока  $B$ , удовлетворяющее (22), однозначно задает на этом супер-

блоке глобализованное представление некоторой дискреционной ПБ. Подмножество  $\Omega_2(B) \subset P(B)$  удовлетворяет (22), так как все его позиции относятся к одному (нижнему) уровню. Поэтому любая глобальная ПБ индуцируется единственной дискреционной ПБ на суперблоке. А она, в свою очередь, индуцируется некоторой локальной ПБ.

Будем говорить, что *заданная на некотором суперблоке локальная ПБ индуцирует на нем заданную глобальную ПБ*, если индуцирующая заданную глобальную ПБ дискреционная ПБ индуцируется заданной локальной ПБ.

Так как любая глобальная ПБ на суперблоке индуцируется единственной дискреционной ПБ на нем, а любая дискреционная ПБ индуцируется единственной локальной ПБ на этом же суперблоке, то любая глобальная ПБ индуцируется единственной локальной ПБ. Выполнение на суперблоке индуцирующей заданную глобальную ПБ дискреционной ПБ означает одновременно и выполнение заданной глобальной ПБ.

**Теорема 9 (основная теорема безопасности для глобальной ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети).** *Если в начальный момент времени выполняется индуцирующая заданную на суперблоке ЭМЗАС-сети глобальную ПБ дискреционная ПБ на нем, и все перемещения фишек удовлетворяют индуцирующей заданную глобальную ПБ локальной ПБ, то в любой последующий момент будет выполняться заданная глобальная ПБ.*

Будем называть *маркировку суперблока ЭМЗАС-сети индуцированной заданной глобальной ПБ на нем*, если данная маркировка индуцирована дискреционной ПБ, индуцирующей заданную глобальную ПБ. Для любой глобальной ПБ на суперблоке индуцированная ею маркировка определяется однозначно: все позиции из множества разрешенных позиций содержат фишку, но никакая из остальных позиций суперблока не содержит. Это можно интерпретировать как реализацию дискреционного доступа ко всей информации, на которую имеются полномочия доступа.

**Теорема 10 (основная теорема достижимости для глобальной ПБ на суперблоке ЭМЗАС-сети).** *Для любой заданной на суперблоке ЭМЗАС-сети глобальной ПБ всегда можно так определить разрешающие процедуры и процедуры преобразования на этом суперблоке, что индуцированная данной глобальной ПБ маркировка суперблока окажется достижимой из корневой его маркировки в рамках индуцирующей данную глобальную ПБ локальной ПБ.*

Основные теоремы безопасности и достижимости для глобальной ПБ на ЭМЗАС-сети имеют естественную интерпретацию: для любой заданной глобальной ПБ эталонной АСОД однозначно определяются поддерживающие ее правила безопасного межсубъектного управления, при выполнении которых возможен легальный в рамках такой глобальной ПБ доступ и невозможен нелегальный.

При задании различных ПБ на различных суперблоках и ЭМЗАС-сети в целом может оказаться, что одни ПБ вступают в противоречие с другими. Тогда можно говорить о несовместимости некоторых ПБ. Прежде всего, необходимо формально определить возникающие в этой связи понятия совместимости и несовместимости. Будем различать сильную и слабую (в сильном и слабом смыслах) совместимость. Слабую будем понимать как отсутствие непосредственных противоречий, а сильную – еще и могущих возникнуть при распространении ПБ на всю ЭМЗАС-сеть. Для произвольных ПБ  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  их слабую совместимость будем обозначать  $\Omega_1 \sim \Omega_2$ , сильную –  $\Omega_1 \approx \Omega_2$ , слабую несовместимость –  $\Omega_1 \not\sim \Omega_2$ , сильную –  $\Omega_1 \not\approx \Omega_2$ . Несовместимость есть отсутствие соответствующей совместимости:

$$(\Omega_1 \not\sim \Omega_2) \Leftrightarrow \neg(\Omega_1 \sim \Omega_2); (\Omega_1 \not\approx \Omega_2) \Leftrightarrow \neg(\Omega_1 \approx \Omega_2).$$

*Две произвольные ПБ будем называть однотипными*, если они либо обе глобальные, либо обе уровневые дискреционные одного и того же уровня, либо обе уровневые локальные одного и того же уровня, либо обе локальные, либо обе дискреционные, и *разнотипными* в противном случае. Прежде всего, формально определим понятия *совместимости и несовместимости для однотипных ПБ*:



$$\begin{aligned} (\Omega_z(B_1) \sim \Omega_z(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_z(B_1) \cap P_H(B_2) = \Omega_z(B_2) \cap P_H(B_1)); \\ (\Omega_z(B_1) \neq \Omega_z(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_z(B_1) \cap P_H(B_2) \neq \Omega_z(B_2) \cap P_H(B_1)). \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} (\Omega_{\partial l}(B_1) \sim \Omega_{\partial l}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial l}(B_1) \cap P_l(B_2) = \Omega_{\partial l}(B_2) \cap P_l(B_1)); \\ (\Omega_{\partial l}(B_1) \neq \Omega_{\partial l}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial l}(B_1) \cap P_l(B_2) \neq \Omega_{\partial l}(B_2) \cap P_l(B_1)). \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} (\Omega_{nl}(B_1) \sim \Omega_{nl}(B_2)) &\Leftrightarrow (|\Omega_{nl}(B_1) \cap \Omega_{nl}(B_2)| = N \cdot |U_l(B_1) \cap U_l(B_2)|); \\ (\Omega_{nl}(B_1) \neq \Omega_{nl}(B_2)) &\Leftrightarrow (|\Omega_{nl}(B_1) \cap \Omega_{nl}(B_2)| < N \cdot |U_l(B_1) \cap U_l(B_2)|). \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} (\Omega_n(B_1) \sim \Omega_n(B_2)) &\Leftrightarrow (|\Omega_n(B_1) \cap \Omega_n(B_2)| = N \cdot |U(B_1) \cap U(B_2)|); \\ (\Omega_n(B_1) \neq \Omega_n(B_2)) &\Leftrightarrow (|\Omega_n(B_1) \cap \Omega_n(B_2)| < N \cdot |U(B_1) \cap U(B_2)|). \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} (\Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial p}(B_1) \cap P(B_2) = \Omega_{\partial p}(B_2) \cap P(B_1)); \\ (\Omega_{\partial p}(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial p}(B_1) \cap P(B_2) \neq \Omega_{\partial p}(B_2) \cap P(B_1)). \end{aligned} \quad (32)$$

Из (28)-(32) видно, что слабая совместимость и несовместимость однотипных ПБ на одном и том же суперблоке означает их равенство и неравенство соответственно:

$$\begin{aligned} ((\Omega(B_1) \sim \Omega(B_2)) \wedge (B_1 = B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega(B_1) = \Omega(B_2)); \\ ((\Omega(B_1) \neq \Omega(B_2)) \vee (B_1 \neq B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega(B_1) \neq \Omega(B_2)). \end{aligned} \quad (33)$$

Сильную совместимость однотипных ПБ будем понимать как их одновременную слабую совместимость с некоторой единой ПБ того же типа на всей ЭМЗАС-сети.

Таким образом, определение *сильной совместимости и несовместимости однотипных ПБ*  $\Omega(B_1)$  и  $\Omega(B_2)$  на суперблоках  $B_1$  и  $B_2$  ЭМЗАС-сети  $B_0$ :

$$\begin{aligned} (\Omega(B_1) \approx \Omega(B_2)) &\Leftrightarrow ((\exists \Omega(B_0))((\Omega(B_1) \sim \Omega(B_0)) \wedge (\Omega(B_2) \sim \Omega(B_0)))); \\ (\Omega(B_1) \not\approx \Omega(B_2)) &\Leftrightarrow ((\forall \Omega(B_0))((\Omega(B_1) \neq \Omega(B_0)) \vee (\Omega(B_2) \neq \Omega(B_0)))). \end{aligned} \quad (34)$$

Из (34) видно, что слабая и, тем более, сильная совместимость и несовместимость однотипных ПБ на одном и том же суперблоке означает их равенство и неравенство:

$$\begin{aligned} ((\Omega(B_1) \sim \Omega(B_2)) \wedge (B_1 = B_2)) &\Leftrightarrow ((\Omega(B_1) \approx \Omega(B_2)) \wedge (B_1 = B_2)) \Leftrightarrow (\Omega(B_1) = \Omega(B_2)); \\ ((\Omega(B_1) \neq \Omega(B_2)) \vee (B_1 \neq B_2)) &\Leftrightarrow ((\Omega(B_1) \not\approx \Omega(B_2)) \vee (B_1 \neq B_2)) \Leftrightarrow (\Omega(B_1) \neq \Omega(B_2)). \end{aligned} \quad (35)$$

Определим понятия совместимости и несовместимости для разнотипных ПБ.

Определение *слабой совместимости и несовместимости l-уровневой дискреционной ПБ*  $\Omega_{\partial l}(B_1)$  на суперблоке  $B_1$  и *дискреционной ПБ* с разрешающим представлением  $\Omega_{\partial p}(B_2)$  на суперблоке  $B_2$ :

$$\begin{aligned} (\Omega_{\partial l}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial l}(B_1) \cap P(B_2) = \Omega_{\partial p}(B_2) \cap P_l(B_1)); \\ (\Omega_{\partial l}(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) &\Leftrightarrow (\Omega_{\partial l}(B_1) \cap P(B_2) \neq \Omega_{\partial p}(B_2) \cap P_l(B_1)). \end{aligned} \quad (36)$$

*Слабую совместимость уровней дискреционных ПБ разных уровней* будем понимать как слабую совместимость некоторых дискреционных ПБ, с которыми данные уровневые дискреционные ПБ слабо совместимы (слабая совместимость уровней дискреционных ПБ одинакового уровня получается как частный случай такой совместимости для разных уровней):

$$\begin{aligned} &(\Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_{\partial p}(B_1) | \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_1)) (\exists \Omega_{\partial p}(B_2) | \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) (\Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2))); \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (\Omega_{\partial l_1}(B_1) \neq \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_{\partial p}(B_1) \mid \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_1)) (\forall \Omega_{\partial p}(B_2) \mid \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) (\Omega_{\partial p}(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Определение слабой совместимости и несовместимости  $l$ -урвневой локальной ПБ  $\Omega_{\partial l}(B_1)$  на суперблоке  $B_1$  и локальной ПБ  $\Omega_l(B_2)$  на суперблоке  $B_2$ :

$$\begin{aligned} & (\Omega_{\partial l}(B_1) \sim \Omega_l(B_2)) \Leftrightarrow (|\Omega_{\partial l}(B_1) \cap \Omega_l(B_2)| = N \cdot |U_l(B_1) \cap U(B_2)|); \\ & (\Omega_{\partial l}(B_1) \neq \Omega_l(B_2)) \Leftrightarrow (|\Omega_{\partial l}(B_1) \cap \Omega_l(B_2)| < N \cdot |U_l(B_1) \cap U(B_2)|). \end{aligned} \quad (38)$$

Слабую совместимость уровневых локальных ПБ разных уровней будем понимать как слабую совместимость некоторых локальных ПБ, с которыми данные уровневые локальные ПБ слабо совместимы (слабая совместимость уровневых локальных ПБ одинакового уровня получается как частный случай слабой совместимости уровневых локальных ПБ разных уровней):

$$\begin{aligned} & (\Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left( (\exists \Omega_l(B_1) \mid \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_l(B_1)) (\exists \Omega_l(B_2) \mid \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_l(B_2)) (\Omega_l(B_1) \sim \Omega_l(B_2)) \right); \\ & (\Omega_{\partial l_1}(B_1) \neq \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_l(B_1) \mid \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_l(B_1)) (\forall \Omega_l(B_2) \mid \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_l(B_2)) (\Omega_l(B_1) \neq \Omega_l(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (39)$$

Взаимную слабую совместимость локальной, дискреционной и глобальной ПБ на одном и том же суперблоке будем понимать как индуцирование данной локальной ПБ данных дискреционной и глобальной и данной дискреционной ПБ данной глобальной. На основе этого можно определить соответствующие понятия слабой совместимости ПБ для пар различных суперблоков:

$$\begin{aligned} & (\Omega_l(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\exists \Omega_{\partial p}(B_1) \mid \Omega_l(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_1)) (\Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) \right); \\ & (\Omega_l(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_{\partial p}(B_1) \mid \Omega_l(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_1)) (\Omega_{\partial p}(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & (\Omega_l(B_1) \sim \Omega_e(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\exists \Omega_e(B_1) \mid \Omega_l(B_1) \sim \Omega_e(B_1)) (\Omega_e(B_1) \sim \Omega_e(B_2)) \right); \\ & (\Omega_l(B_1) \neq \Omega_e(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_e(B_1) \mid \Omega_l(B_1) \sim \Omega_e(B_1)) (\Omega_e(B_1) \neq \Omega_e(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & (\Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_e(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\exists \Omega_e(B_1) \mid \Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_e(B_1)) (\Omega_e(B_1) \sim \Omega_e(B_2)) \right); \\ & (\Omega_{\partial p}(B_1) \neq \Omega_e(B_2)) \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_e(B_1) \mid \Omega_{\partial p}(B_1) \sim \Omega_e(B_1)) (\Omega_e(B_1) \neq \Omega_e(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Слабую совместимость уровневой локальной и уровневой дискреционной ПБ будем понимать как слабую совместимость некоторых локальной и дискреционной ПБ, с которыми данные ПБ соответственно слабо совместимы:

$$\begin{aligned} & (\Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left( (\exists \Omega_l(B_1) \mid \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_l(B_1)) (\exists \Omega_{\partial p}(B_2) \mid \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) (\Omega_l(B_1) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) \right); \\ & (\Omega_{\partial l_1}(B_1) \neq \Omega_{\partial l_2}(B_2)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left( (\forall \Omega_l(B_1) \mid \Omega_{\partial l_1}(B_1) \sim \Omega_l(B_1)) (\forall \Omega_{\partial p}(B_2) \mid \Omega_{\partial l_2}(B_2) \sim \Omega_{\partial p}(B_2)) (\Omega_l(B_1) \neq \Omega_{\partial p}(B_2)) \right). \end{aligned} \quad (43)$$



Слабую совместимость уровневой локальной и дискреционной ПБ будем понимать как слабую совместимость данной дискреционной ПБ с некоторой локальной ПБ, с которой данная уровневая локальная ПБ слабо совместима:

$$\begin{aligned} (\Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_{\text{л}}(B_1) | \Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_1)) (\Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_2))); \\ (\Omega_{\text{л}}(B_1) \neq \Omega_{\text{дп}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\forall \Omega_{\text{л}}(B_1) | \Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_1)) (\Omega_{\text{л}}(B_1) \neq \Omega_{\text{дп}}(B_2))). \end{aligned} \quad (44)$$

Слабую совместимость уровневой локальной и глобальной ПБ будем понимать как слабую совместимость данной глобальной ПБ с некоторой локальной ПБ, с которой данная уровневая локальная ПБ слабо совместима:

$$\begin{aligned} (\Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{г}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_{\text{л}}(B_1) | \Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_1)) (\Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{г}}(B_2))); \\ (\Omega_{\text{л}}(B_1) \neq \Omega_{\text{г}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\forall \Omega_{\text{л}}(B_1) | \Omega_{\text{л}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_1)) (\Omega_{\text{л}}(B_1) \neq \Omega_{\text{г}}(B_2))). \end{aligned} \quad (45)$$

Слабую совместимость уровневой дискреционной и локальной ПБ будем понимать как слабую совместимость данной локальной ПБ с некоторой дискреционной ПБ, с которой данная уровневая дискреционная ПБ слабо совместима:

$$\begin{aligned} (\Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_{\text{дп}}(B_1) | \Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_1)) (\Omega_{\text{дп}}(B_1) \sim \Omega_{\text{л}}(B_2))); \\ (\Omega_{\text{дл}}(B_1) \neq \Omega_{\text{л}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\forall \Omega_{\text{дп}}(B_1) | \Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_1)) (\Omega_{\text{дп}}(B_1) \neq \Omega_{\text{л}}(B_2))). \end{aligned} \quad (46)$$

Слабую совместимость уровневой дискреционной и глобальной ПБ будем понимать как слабую совместимость данной глобальной ПБ с некоторой дискреционной ПБ, с которой данная уровневая дискреционная ПБ слабо совместима:

$$\begin{aligned} (\Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{г}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_{\text{дп}}(B_1) | \Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_1)) (\Omega_{\text{дп}}(B_1) \sim \Omega_{\text{г}}(B_2))); \\ (\Omega_{\text{дл}}(B_1) \neq \Omega_{\text{г}}(B_2)) &\Leftrightarrow ((\forall \Omega_{\text{дп}}(B_1) | \Omega_{\text{дл}}(B_1) \sim \Omega_{\text{дп}}(B_1)) (\Omega_{\text{дп}}(B_1) \neq \Omega_{\text{г}}(B_2))). \end{aligned} \quad (47)$$

Сильную совместимость разнотипных ПБ на суперблоках будем понимать как слабую совместимость некоторых ПБ тех же типов на всей ЭМЗАС-сети, которые слабо совместимы с соответствующими исходными ПБ на суперблоках (сильная совместимость однотипных ПБ на суперблоках (34) получается как частный случай сильной совместимости разнотипных ПБ на суперблоках):

$$\begin{aligned} &(\Omega_1(B_1) \approx \Omega_2(B_2)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((\exists \Omega_1(B_0) | \Omega_1(B_1) \sim \Omega_1(B_0)) (\exists \Omega_2(B_0) | \Omega_2(B_2) \sim \Omega_2(B_0)) (\Omega_1(B_0) \sim \Omega_2(B_0))); \\ &(\Omega_1(B_1) \neq \Omega_2(B_2)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((\forall \Omega_1(B_0) | \Omega_1(B_1) \sim \Omega_1(B_0)) (\forall \Omega_2(B_0) | \Omega_2(B_2) \sim \Omega_2(B_0)) (\Omega_1(B_0) \neq \Omega_2(B_0))). \end{aligned} \quad (48)$$

Номера формул, определяющих слабую и сильную совместимость и несовместимость ПБ на суперблоках ЭМЗАС-сети, сведем в таблицу 1 с символическими обозначениями ПБ: Г – глобальная, УД – уровневая дискреционная, УЛ – уровневая локальная, Л – локальная, Д – дискреционная.

Таблица 1

Номера формул совместимости ПБ на суперблоках ЭМЗАС-сети

ПБ	Г	УД	УЛ	Л	Д
Г	(28), (34)	(47), (48)	(45), (48)	(41), (48)	(42), (48)
УД		(29), (37), (34), (48)	(43), (48)	(46), (48)	(36), (48)
УЛ			(30), (39), (34), (48)	(38), (48)	(44), (48)
Л				(31), (34)	(40), (48)
Д					(32), (34)

**Теорема 11 (о соотношении слабой и сильной совместимости ПБ на суперблоках ЭМЗАС-сети).** Пусть  $\Omega_1(B_1)$  и  $\Omega_2(B_2)$  – в общем случае разнотипные ПБ на суперблоках  $B_1$  и  $B_2$  с индексами  $I_1 = I(B_1)$  и  $I_2 = I(B_2)$  соответственно. Тогда возможны следующие случаи.

1. Суперблоки пересекающиеся. Тогда слабая и сильная совместимость ПБ эквивалентны:  $(\Omega_1(B_1) \sim \Omega_2(B_2)) \Leftrightarrow (\Omega_1(B_1) \approx \Omega_2(B_2))$ . Если при этом суперблоки совпадают ( $B_1 = B_2 = B$ ) и ПБ однотипные, то слабая и сильная их совместимость эквивалентна их равенству:  $(\Omega_1(B) \sim \Omega_2(B)) \Leftrightarrow (\Omega_1(B) \approx \Omega_2(B)) \Leftrightarrow (\Omega_1(B) = \Omega_2(B))$ .

2. Суперблоки непересекающиеся, но индекс одного из них является подиндексом индекса другого:  $I_2 \subset I_1$ . Тогда данные ПБ обязательно слабо совместимы, но необязательно сильно совместимы.

3. Индекс ни одного из суперблоков не является подиндексом индекса другого:  $(I_1 \not\subset I_2) \wedge (I_2 \not\subset I_1)$ . Тогда данные ПБ обязательно сильно и, тем более, слабо совместимы.

Будем говорить, что на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети задан комплекс ПБ  $\Omega(B)$ , если на этом суперблоке определены ПБ всех типов, и задан корректно, если все эти ПБ взаимно совместимы (здесь совместимость в сильном и слабом смысле эквивалентны). Комплекс ПБ на суперблоке  $B$  ЭМЗАС-сети можно представлять следующим коротежем:

$$\Omega(B) = \langle \Omega_2(B), \Omega_{\partial p}(B), \Omega_{\partial z}(B), \Omega_l(B) \rangle, \quad (49)$$

где  $\Omega_2(B)$  и  $\Omega_l(B)$  – глобальная и локальная ПБ, а  $\Omega_{\partial p}(B)$  и  $\Omega_{\partial z}(B)$  – разрешающее и глобализованное представления дискреционной ПБ. Существование локальной и дискреционной ПБ предполагает согласованность в их рамках уровневых локальных и уровневых дискреционных ПБ. Корректность задания комплекса ПБ (49) означает, что дискреционная ПБ индуцирована локальной, а глобальная – локальной и дискреционной. Совместимость или несовместимость в сильном или слабом смысле корректно заданных комплексов ПБ на суперблоках будем понимать как соответственно наличие или отсутствие взаимной совместимости в сильном или слабом смысле всех ПБ на этих суперблоках. Таким образом, комплексы ПБ на суперблоках ЭМЗАС-сети моделируют комплексы ПБ подсистем эталонных АСОД с использованием естественных понятий корректности и совместимости.

Математические модели регламентируемых ЭМЗАС комплексов ПБ рассмотрены с более общих позиций, предусматривающих возможность их задания лишь на некоторой подсистеме эталонной АСОД. Для всех приведенных утверждений разработаны доказательства, которые пришлось опустить ввиду ограниченности объема статьи. Вместо рассматриваемых ранее комплексов ПБ на ЭМЗАС-сети исследуются комплексы ПБ на отдельном произвольно заданном ее суперблоке. Если в качестве суперблока взять всю ЭМЗАС-сеть, то все полученные в данной работе результаты полностью совпадут с результатами для ЭМЗАС-сети в целом, полученными в [1]. Однако проведенное обобщение направлено, в конечном итоге, на расширение возможностей разработки АСОД КП, так как создает базу *последовательного синтеза ПБ на ЭМЗАС-сети* как синтеза комплекса ПБ на ЭМЗАС-сети в целом по подходящим образом выбранному ее конечному разложению на множества суперблоков. При этом ключевое значение приобретает рассмотренный в данной работе вопрос обеспечения совместимости ПБ, заданных на различных суперблоках. Способы проведения конечных разложений ЭМЗАС-сети определяются заданием на ней соответствующих полуколец множеств. В



качестве примера такого полукольца множеств на ЭМЗАС-сети можно привести полукольцо  $\{\emptyset; B_0; B_{10\dots 13}(0); B_{7\dots 9}(I(u))|u \in U_9; B_{1\dots 6}(I(u))|u \in U_6\}$  слоисто-суперблочной структуры ЭМЗАС-сети, заданной ее разбиением на смежные слои  $\{S_{1\dots 6}, S_{7\dots 9}, S_{10\dots 13}\}$ . Приведенное полукольцо можно использовать при послойном синтезе с использованием ПБ на суперблоках, моделирующих СУБД. Вообще же, возможность послойного синтеза ПБ на ЭМЗАС-сети существенно расширяет теоретические предпосылки для реализации ЭМЗАС в практике разработки АСОД КП.

### Литература

1. Дубровин, А. С. Математическая модель политики безопасности эталонной автоматизированной системы на основе ЭМЗАС-сети [Текст] / А. С. Дубровин, В. И. Сумин, М. В. Коротков, А. Ю. Немченко // Вестник ВГУ. Сер. Физика. Математика. – Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2005. – № 2. – С. 147–155.
2. Дубровин, А. С. Слоистая структура ЭМЗАС-сети [Текст] / А. С. Дубровин, В. И. Сумин, С. В. Родин, Г. В. Перминов // Вестник Воронежского института МВД России. – Воронеж : Воронеж. ин-т МВД России, 2007. – № 1. – С. 153–158.
3. Герасименко, В. Г. Проблемы обеспечения информационной безопасности при использовании открытых информационных технологий в системах критических приложений [Текст] / В. Г. Герасименко // Информация и безопасность : региональный науч.-технический вестник. – Воронеж : Воронеж. гос. техн. ун-т, 1999. – Вып. 4. – С. 66–67.
4. Дубровин, А. С. Информационная безопасность и защита информации в экономических информационных системах [Текст] : учеб. пособие / А. С. Дубровин, М. Г. Матвеев, Е. А. Рогозин, В. И. Сумин. – Воронеж : Воронеж. гос. технол. акад., 2005. – 292 с.
5. Сумин, В. И. Эталонная модель защищенной автоматизированной системы [Текст] / В. И. Сумин, А. С. Дубровин // Материалы международной науч.-практической конф. «Информационно-аналитическое обеспечение раскрытия и расследования преступлений правоохранительными органами», 24–25 мая 2007 г. – Белгород : Белгород. юр. ин-т МВД России, 2007. – С. 52–58.
6. Девянин, П. Н. Модели безопасности компьютерных систем [Текст] : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / П. Н. Девянин. – М. : Издательский центр «Академия», 2005. – 144 с.
7. Щербаков, А. Ю. Введение в теорию и практику компьютерной безопасности [Текст] / А. Ю. Щербаков. – М. : Молгачева С. В., 2001. – 352 с.
8. Костин, А. Е. Организация и обработка структур данных в вычислительных системах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Е. Костин, В. Ф. Шаньгин. – М. : Высш. шк., 1987. – 248 с.

## REFERENCE DATA PROCESSING SYSTEM SUBSYSTEM SECURITY POLICY MATHEMATICAL MODEL ON THE PSSM-NETWORK BASIS

A.S. Dubrovin<sup>1</sup>

V.I. Sumin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Voronezh State  
Technological Academy*

<sup>2</sup> *Voronezh Institute of the  
Ministry of Internal Affairs  
of Russia*

*e-mail:  
asd\_kiziltash@box.vsi.ru*

Mathematical models by regulated of the protected system standard model (PSSM) security policies (SP) a separate subsystem of the data processing system (DPS) are constructed on the basis of a means of PSSM-networks. The constructed models give a basis for synthesis reference DPS SP on subsystems, that essentially expands theoretical premises for PSSM realization in practice of critical application DPS development.

Keywords: protected system standard model (PSSM), critical application data processing system (DPS), discretionary access, basic theorem of safety, superblock of the PSSM-networks.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ НАКОПИТЕЛЬНЫХ ФОНДОВ

**М.Ф.ТУБОЛЬЦЕВ**

*Белгородский  
государственный  
университет*

*e-mail: Tuboltsev@bsu.edu.ru*

В статье рассматриваются вопросы математического моделирования систем накопительных фондов и, в частности, вопросы оптимального планирования процесса накопления по критерию минимизации вложенных средств.

Отличительной особенностью рассматриваемой здесь постановки задачи оптимизации является то, что решаемая оптимизационная задача не является классической, поскольку накопительные фонды формируются к различным моментам времени.

В такой постановке рассмотренная модель наиболее точно отражает реальную ситуацию, а задача оптимизации и алгоритм ее решения потенциально имеют многочисленные применения в математической экономике и финансовой математике.

Предложенный алгоритм решения задачи оптимизации накопительных фондов допускает эффективную реализацию с помощью современных вычислительных средств.

Ключевые слова: оптимизация, принцип максимума, накопительные фонды.

---

В условиях финансового кризиса стоимость заемных средств неуклонно возрастает. Существует большое количество финансовых инструментов для финансирования инвестиционных проектов. Подавляющее большинство из них представляют собой прямые или косвенные заимствования финансовых активов. Основное достоинство заимствований – скорое получение нужного финансового актива; основной недостаток – достаточно долгий период возврата и связанные с этим риски. Альтернативными источниками финансирования инвестиционных проектов могут стать накопительные фонды [1], особенно в настоящее время, когда заемные средства растут в цене.

Вопросы создания накопительных фондов являются достаточно проработанными в теоретическом плане [2,3,4,5,6]. Теоретической базой разработки оптимальных стратегий создания накопительных фондов является принцип максимума Понтрягина [7]. В линейных задачах, а именно к этому типу задач относится задача оптимизации процесса накопления фондов, принцип максимума Понтрягина дает необходимые и достаточные условия оптимальности [8].

Пусть финансирование осуществляется из одного постоянного источника (это не ограничивает общность рассмотрения, поскольку на практике средства выделяются из текущего бюджета). Формирование фондов осуществляется параллельно. Функция времени  $x_i(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , представляет собой размер фонда с номером  $i$  в момент времени  $t$ , а общее число фондов  $n$ . В начальный момент времени  $t_n$  размеры фондов равны 0; а в определенные моменты времени  $t_k^i$  (для каждого фонда свой) фонды должны иметь фиксированные размеры  $S_i > 0$ .

Таким образом, накопление фондов начинается одновременно, а завершаются процессы накопления в разные моменты. Тем самым краевая задача становится не классической, и требуются новые средства для ее решения. Тем не менее, принцип максимума Понтрягина и в этом случае может служить основой для выделения среди допустимых решений оптимального решения.

Выбор критерия оптимизации в общем случае не однозначен, но поскольку критерий по быстрдействию в данном случае неприменим, то основным можно признать критерий минимального вложения средств. Можно использовать в качестве целевой функции дисконтированную сумму вложенных средств. Но, во-первых, это не вносит в решение ничего принципиально нового, а, во-вторых, требует задания ставки дисконтирования, выбор которой достаточно произволен.



Задача минимального вложения средств формулируется следующим образом. Если обозначить интенсивность финансовых вложений в фонд с номером  $i$  в момент времени  $t$  как  $u_i(t)$ , а интенсивность источника финансирования через  $U$ , то математическая модель создания накопительных фондов задается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i(t) = p_i x_i(t) + u_i(t)$$

Точкой обозначен оператор дифференцирования по времени, а  $p_i = \ln(1+r_i)$ . Должны выполняться также следующие ограничения:  $u_i(t) \geq 0$ ,  $\sum u_i(t) \leq U$  и начальные условия:  $x_i(t_n) = 0$ ,  $x_i(t_k) = S_i$ . В случае задачи минимизации вложенных средств целевая функция определяется следующим образом:

$$Z = \int_{t_n}^{t_k} \sum_{i=1}^n u_i(t) dt$$

и должно выполняться условие:  $Z \rightarrow \min$ . Здесь  $t_k = \max\{t_k^i\}$ , а  $u_i(t)$  продолжены нулем на отрезок  $[t_k^i, t_k]$ . Это возможно, поскольку функции  $u_i(t)$  предполагаются ограниченными и измеримыми относительно меры Лебега.

Можно было бы попытаться свести исходную задачу к обычной классической задаче на отрезке  $[t_n, t_k]$ , скорректировав значения фондов соответствующим образом в правой граничной точке, но простейшие примеры показывают, что такое расширение задачи оптимизации ничего не дает, поскольку решения исходной задачи не будут, вообще говоря, сужением решений расширенной задачи.

Действительно, предположим, что два фонда размером  $S_1$  и  $S_2$  (соответствующие процентные ставки  $r_1$  и  $r_2$ ,  $r_1 < r_2$ ) могут быть созданы при мощности источника финансирования  $U$  за минимальное время  $T_1$  и  $T_2$ . Пусть первый фонд должен быть накоплен к моменту времени  $t_n + T_1$ , а второй фонд - к моменту времени  $t_n + T_1 + T_2$ . Решение оптимизационной задачи очевидно: сначала накапливается первый фонд, а затем второй. Если продолжить исходную задачу на отрезок  $[t_n, t_n + T_1 + T_2]$ , заменив  $S_1$  на  $S_1(1+r_1)^{T_2}$ , то очевидное допустимое решение: накопление первого фонда с вложением средств источника финансирования только в первый фонд на отрезке  $[t_n, t_n + T_1]$ , а затем вложение средств источника финансирования только во второй фонд на отрезке  $[t_n + T_1, t_n + T_1 + T_2]$  не будет оптимальным. Это связано с тем, что оптимальная стратегия предполагает вначале накопление фонда с большей процентной ставкой [4]. Изменив порядок накопления можно уменьшить целевую функцию. Очевидно, что оптимальные решения исходной и расширенной задач имеют мало общего.

Для определенности сформулируем следующую каноническую задачу оптимизации накопительных фондов:

$$\begin{aligned} & \int_{t_n}^{t_k} \sum_{i=1}^n u_i(t) dt \rightarrow \min, \\ & \dot{x}_i(t) = p_i x_i(t) + u_i(t), \quad p_i = \ln(1+r_i), \\ & x_i(t_n) = 0, \quad x_i(t_k) = S_i, \\ & r_1 > r_2 > \dots > r_n, \\ & \sum_{i=1}^n u_i(t) \leq U, \\ & t_k = \max\{t_k^1, t_k^2, \dots, t_k^n\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Таким образом, в канонической задаче фонды пронумерованы в порядке убывания процентных ставок. Моменты завершения накопления фондов не упорядочены и наибольший из них обозначен через  $t_k$ . Функции  $u_i(t)$  продолжены нулем. Любая задача оптимального накопления с минимизацией вложения средств может быть приведена к каноническому виду.



Принцип максимума Понтрягина к канонической задаче не может быть применен явным образом, поскольку для его применения необходимо, чтобы выполнялось условие одновременного завершения накопления всех фондов. Принцип максимума Понтрягина можно применить опосредованно, используя тот очевидный факт, что сужение по времени оптимального плана есть оптимальный план.

Ясно, что при достаточной мощности источника финансирования  $U$ , допустимые решения существуют. Пусть  $[t_0, t_1]$  временной промежуток такой, что  $[t_0, t_1]$  принадлежит отрезку  $[t_n, t_k]$ , и на нем не заканчивается процесс накопления какого-либо фонда. Сужения с отрезка  $[t_n, t_k]$  допустимых решений на отрезок  $[t_0, t_1]$  дает снова допустимые решения для задачи:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n u_i(t) dt &\rightarrow \min, \\ \dot{a}_i(t) &= p_i a_i(t) + u_i(t), \quad p_i = \ln(1 + r_i), \\ a_i(t_0) &= x_i(t_0), \quad a_i(t_1) = x_i(t_1), \\ \sum_{i=1}^n u_i(t) &\leq U. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, задача (2) имеет допустимые решения и к ней применим принцип максимума Понтрягина. Задача (2) имеет единственное оптимальное решение [5], и главная особенность оптимального решения состоит в том, что фонды накапливаются последовательно, в порядке убывания процентных ставок.

Рассмотрим множество  $M$  отрезков  $[a, b]$ , удовлетворяющих условиям:

$$\begin{cases} [a, b] \subset [t_n, t_k], \\ t_k^i \notin [a, b]. \end{cases}$$

На множестве  $M$  существует  $n$  максимальных элементов, на каждом из них (в правой граничной точке) завершается накопление одного из фондов. Сужение канонической задачи на каждый из максимальных элементов представляет собой задачу (2), которая имеет оптимальное решение. Сшивка оптимальных решений на максимальных элементах дает оптимальное решение всей задачи.

Таким образом, при построении оптимального решения канонической задачи нужно использовать следующие ограничения.

1. На любом максимальном элементе множества  $M$  фонды накапливаются последовательно, в порядке убывания процентных ставок.

2. На каждом максимальном элементе множества  $M$  некоторые фонды (уже накопленные) отсутствуют в накопительном процессе.

3. Для всех накопительных фондов, кроме последнего, имеющего наименьшую процентную ставку, периоды активного (с вложением средств источника финансирования) и пассивного (только за счет капитализации) накопления могут чередоваться.

4. Накопительный фонд, имеющий наименьшую процентную ставку, имеет только один период активного накопления, за которым может следовать только один период пассивного накопления.

5. Минимальное значение источника финансирования соответствует отсутствию пассивного режима для фонда с наибольшей датой накопления.

Перечень возможных ограничений можно несколько расширить, но их достаточно для построения оптимального решения. Алгоритм построения оптимального решения удобно разбить на две фазы (два этапа):

1. Построение квазиоптимального решения.

2. Корректировка квазиоптимального решения с целью получения оптимального.

На первом этапе построения квазиоптимального решения строится допустимое решение канонической задачи, любое сужение которого на максимальный элемент множества  $M$  является оптимальным решением задачи (2). На втором этапе допусти-



мое решение канонической задачи, полученное на первом этапе, трансформируется в оптимальное решение канонической задачи.

Алгоритм поиска квазиоптимального решения состоит в последовательном выполнении следующих шагов.

1. Выбирается фонд с наименьшей процентной ставкой (фонд с номером  $n$ ), и для него из соотношения

$$S_n = \frac{U}{p_n} [e^{p_n T_n} - 1]$$

рассчитывается наименьшее необходимое для накопления время (при котором пассивный период отсутствует)  $T_n$ :

$$T_n = \frac{1}{p_n} \ln(1 + \frac{p_n S_n}{U}).$$

2. Из интервала времени  $[t_n, t_k]$  исключается интервал  $[t_k - T_n, t_k]$  (если  $t_k - T_n < t_n$ , то мощности источника финансирования недостаточно).
3. Для фонда с номером  $n-1$  рассчитывается наименьшее время накопления (с учетом того, что интервал  $[t_k - T_n, t_k]$  нельзя использовать для активного накопления).
4. Шаги 2 и 3 повторяются последовательно для остальных фондов, либо на каком-то шаге устанавливается, что мощности источника финансирования недостаточно.

Исключение некоторого интервала из процесса активного накопления фондов (на этом интервале продолжается пассивное, за счет капитализации процентов, накопление) эквивалентно тому, что мощность источника финансирования на этом интервале равна нулю. Соответствующие формулы расчета даны в [6].

В процессе повторения шагов 2 и 3 исключаемый интервал будет становиться все больше за счет смещения границ первоначального интервала  $[t_k - T_n, t_k]$ . Поскольку при построении квазиоптимального решения для каждого фонда решается задача быстрогодействия, то в моменты времени  $t_k$  заканчиваются периоды активного накопления для соответствующего фонда. При этом не исключено, что:

1. На интервале  $[t_n, t_k]$  в начале вообще не будет осуществляться накопление.
2. На интервале  $[t_n, t_k]$  будут чередоваться этапы активного и пассивного накопления (так может быть либо при больших временных интервалах, либо при большой мощности источника финансирования).

В любом случае, необходимо произвести трансформацию квазиоптимального решения для того, чтобы получить оптимальное решение канонической задачи. Такую трансформацию можно осуществить двумя способами.

1. Сдвинуть квазиоптимальное решение к началу интервала  $[t_n, t_k]$ , не уменьшая мощность источника финансирования.
2. Уменьшить мощность источника финансирования настолько, чтобы весь интервал  $[t_n, t_k]$  представлял собой период активного накопления.

В первом случае период пассивного накопления появится на конце интервала  $[t_n, t_k]$ . Наличие такого периода пассивного накопления означает, что мощность источника финансирования слегка избыточна, и ее можно несколько уменьшить, сохранив возможность накопления. Можно также перенести даты накопления на более ранний срок, сохранив мощность источника финансирования.

Во втором случае мощность источника финансирования последовательно уменьшается до тех пор, пока квазиоптимальное решение существует. В результате будет получено оптимальное решение, при котором периоды пассивного накопления отсутствуют.

Нетрудно заметить, что вторым способом будет получено решение более общей задачи, чем является каноническая задача. А именно, будет решена двухкритериальная задача:





$$\int_{t_H}^{t_K} \sum_{i=1}^n u_i(t) dt \rightarrow \min,$$

$$U \rightarrow \min,$$

$$\dot{x}_i(t) = p_i x_i(t) + u_i(t), \quad p_i = \ln(1 + r_i),$$

$$x_i(t_H) = 0, \quad x_i(t_K) = S_i,$$

$$r_1 > r_2 > \dots > r_n,$$

$$\sum_{i=1}^n u_i(t) \leq U,$$

$$t_K = \max\{t_{K_1}^1, t_{K_2}^2, \dots, t_{K_n}^n\}.$$

Решение более общей двухкритериальной задачи позволит произвести накопление фондов с меньшими затратами, чем при фиксированном источнике финансирования, но на практике встречаются оба типа задач.

Какой бы метод трансформации квазиоптимального решения не использовался для получения оптимального решения канонической или обобщенной (двухкритериальной) задачи накопления фондов, его невозможно осуществить без применения современных вычислительных систем. Реальные вычисления вполне могут осуществляться на персональном компьютере или рабочей станции.

В рассмотренной канонической модели накопительных фондов присутствуют некоторые ограничения:

- 1) мощность источника финансирования постоянна на всем периоде накопления;
- 2) процентные ставки по кредитам также постоянны, что возможно только при стабильной макроэкономической ситуации.

Оба эти ограничения не столь существенны, когда накопительный период невелик. Кроме того, расчеты по данной модели могут использоваться в качестве первого приближения проясняющего общую картину, а для более детальной проработки накопительного плана использоваться более сложные стохастические модели.

Рассмотренная модель накопительных фондов имеет большой потенциал использования для решения многочисленных практических задач, к числу которых в первую очередь можно отнести:

- 1) планирование бюджета развития территориального образования;
- 2) планирование инвестиционных расходов субъекта экономической деятельности;
- 3) организация выплаты долгосрочного кредита, с агрегированием средств на накопительных счетах в банке.

Мировой финансовый кризис, дефицит финансовых ресурсов требуют более экономного их использования, что невозможно без применения современных математических методов и компьютерных информационных технологий.

### Литература

1. Тубольцев М.Ф. Методы оптимального накопления фондов в бюджете развития муниципального образования [Текст] // «Научная мысль Кавказа», Ростов н/Д.: Изд-во Северо-Кавказского научного центра высшей школы, 2005, №8. – С.82-91.
2. Тубольцев М.Ф. Оптимальные по быстрдействию стратегии создания накопительных фондов [Текст] // «Научные ведомости», серия «Информатика, Прикладная математика, Управление», том 1 выпуск 1(19). – Белгород: Изд-во БелГУ, 2004. – С.65-70.
3. Тубольцев М.Ф. Математическое моделирование систем накопительных фондов. [Текст] // «Информационные технологии моделирования и управления», выпуск 8(33). – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2006. – С. 990-995.



4. Тубольцев М.Ф. Оптимальные по критерию минимума вложения средств стратегии создания накопительных фондов [Текст] // Научные ведомости БелГУ, серия «Информатика. Прикладная математика. Управление», № 1 (21). Вып. 2. – Белгород: Изд-во БелГУ, 2006. – С.50-55.
5. Тубольцев М.Ф. Моделирование накопительных фондов с целевым вложением средств [Текст] // Информационные технологии моделирования и управления. Вып. 1(35). – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2007. – С. 35-38.
6. Тубольцев М.Ф. Моделирование процессов реструктуризации накопительных фондов [Текст] // «Информационные технологии моделирования и управления», выпуск 3(37). – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2007. – С. 304-308.
7. Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Понтрягин Л.С. К теории оптимальных процессов, ДАН СССР, 110, №1 (1956). – С.7-10.
8. Б.А.Лагоша. Оптимальное управление в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2003.

## MATHEMATICAL MODELLING OF SYSTEMS OF ACCUMULATIVE FUNDS

M.F.TUBOLTSEV

*Belgorod State University*

*e-mail: Tuboltsev@bsu.edu.ru*

In article questions of mathematical modeling of systems of memory funds and, in particular, questions of optimum planning of process of accumulation by criterion of minimization of the enclosed means are considered.

Distinctive feature of statement of a problem of optimization considered here is that the solved optimizing problem is not classical as memory funds are formed by the various moments of time.

In such statement the considered model most precisely reflects a real situation, and the problem of optimization and algorithm of its decision potentially have numerous applications in mathematical economy and the financial mathematics.

The offered algorithm of the decision of a problem of optimization of memory funds supposes effective realization by means of modern computing means.

Keywords: optimization, a maximum principle, memory funds.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШАЮЩИХ ФУНКЦИЙ ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ ОБЪЕКТОВ ПО РАДИОЛОКАЦИОННЫМ ДАННЫМ

**Е.В. БУРДАНОВА**<sup>1</sup>  
**А.П. ДЕНИСОВ**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Белгородский  
государственный  
университет*

*e-mail: burdanova@bsu.edu.ru*

<sup>2</sup> *Производственное  
объединение «Маяк», г. Москва*

*e-mail: apd59@mail.ru.*

Показан принцип построения решающего правила, методика вычисления порогового значения при использовании критерия Неймана – Пирсона. Приведены результаты вычислительного эксперимента с использованием натуральных данных по определению закона распределения плотности вероятности решающей функции. Показано, что на основании физических предположений и вычислительных экспериментов решающую функцию можно считать гауссовой.

Ключевые слова: порог принятия решения, критерий, решающая функция, отношение правдоподобия.

Задачи дистанционного обнаружения наземных объектов возникают достаточно часто, например: при работе инспекций (обнаружение мест незаконной вырубке леса), при работе МЧС (спасение людей потерпевших бедствие), при охране хозяйственных объектов большой площади (электростанции, режимные объекты) и т.д. При решении таких задач часто используются радиолокационные измерения. Для повышения информативности радиолокационных измерений в настоящее время все шире применяется поляризационное зондирование. В настоящее время для обработки радиолокационной информации широко применяются цифровые методы, что обусловлено известными преимуществами этих методов по сравнению с аналоговыми. Развитие цифровых методов позволило усовершенствовать алгоритмы и способы решения задач дистанционного обнаружения неподвижных наземных объектов.

Использование принципа установления значимости различий характеристик отражений от земной поверхности, окаймляющей участок анализа на предмет обнаружения объекта, которая в пределах данного фрагмента считается однородной, и сопоставляемого отражения от участка анализа на предмет обнаружения объекта, являющегося частью этой поверхности, позволяет построить решающее правило, адекватное задачам обнаружения неподвижных объектов на земной поверхности. Описанный принцип реализуется на использовании данных полного поляризационного зондирования. При полном поляризационном зондировании, вначале излучается сигнал на одной поляризации, а отраженный от объекта принимается на два канала, ортогональные по поляризации. Затем излучается второй сигнал, ортогональный по поляризации к первому излученному, а после отражения от объекта так же принимается одновременно на два канала. В этом случае модель отраженного сигнала представляется в виде поляризационного вектора рассеивания (ПВР) с относительными фазами [1,2]:

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = \left( U_{11}(t)\cos(\varphi_1) + jU_{11}(t)\sin(\varphi_1), U_{21}(t), U_{12}(t), U_{22}(t)\cos(\varphi_2) + jU_{22}(t)\sin(\varphi_2) \right)^T \quad (1)$$

где  $U_{11}$ ,  $U_{22}$ ,  $U_{21}$ ,  $U_{12}$  - амплитуды сигнала в момент времени  $t$ , (первый индекс означает поляризацию излучаемой волны, второй индекс означает поляризацию принимаемой волны,  $\varphi_1 = \varphi_{11} - \varphi_{21}$ ,  $\varphi_2 = \varphi_{22} - \varphi_{12}$  - относительные фазы между основными и кроссовыми компонентами ПВР.

Получаемый, в результате измерений ПВР, является случайным вектором вследствие влияния на измерение множества случайных факторов (шумы приемных каналов, ошибки измерителя и т.д.) [3]. Адекватным задаче обнаружения неподвижных объектов на земной поверхности в условиях полной априорной неопределенности является набор из двух моментов распределения ПВР, а именно первый начальный



(вектор математического ожидания МО) и второй центральный – в многомерном случае это ковариационная матрица или ковариационно - поляризационная матрица (КПМ).

Процедура принятия решения об отсутствии неподвижных объектов на земной поверхности состоит в проверке справедливости гипотез:

- $H_0$ : в секторе анализа радиоизображения объекты отсутствуют (поверхность однородна);
- Если радиолокационные данные противоречат этой гипотезе, то она отвергается, т.е. принимается решение о наличии объекта, нарушающего однородность отражений. Это ситуация соответствует справедливости гипотезы  $H_1$ .

В рамках теории статистических решений все виды решающих правил основаны на формировании отношения правдоподобия  $L$  и сравнении его с определенным порогом  $C$ , значение которого определяется выбранным критерием качества [4].

$$L = \frac{W_1(U_{1n})}{W_0(U_{0n})} \begin{cases} \geq C \text{ при справедливости гипотезы } H_1 \\ < C \text{ при справедливости гипотезы } H_0 \end{cases} \quad (2)$$

где  $W_0(U_{0n})$ ,  $W_1(U_{1n})$  - плотности вероятностей выборочных значений случайных величин соответствующих гипотезам  $H_0$  и  $H_1$  соответственно,  $C$  – порог принятия решения. Вследствие неизвестности  $W_0(U_{0n})$  и  $W_1(U_{1n})$  в решающую функцию подставляются не сами плотности вероятностей выборочных значений случайных величин, а их оценки, поэтому в решающей функции с порогом  $C$  сравнивается не само отношение правдоподобия, а его оценка.

Функцию плотности вероятности ПВР можно предположить гауссовой. Это допущение оправдано при условии, что на наблюдения влияет большое число независимых случайных факторов, причем каждый из них по отдельности оказывает лишь малое воздействие. Данное утверждение справедливо, когда длина волны существенно меньше размеров обнаруживаемых объектов. Такие случаи характерны для радиолокационных систем, работающих в сантиметровом и дециметровом диапазоне волн, а в качестве обнаруживаемых объектов выступают автомобили, строения и т.д. При этом, разрешаемый объем РЛС больше геометрических размеров объектов.

Свойство нормальности ПВР сильно упрощает вид решающей функции, так как решающая функция оказывается линейной комбинацией наблюдений, следовательно, закон распределения ПВР при справедливости гипотез  $H_0$  (наличие только земной поверхности) и  $H_1$  (наличие земной поверхности и объекта) можно записать в виде:

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\dot{\mathbf{M}}_0|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{m}}_0)^T (\dot{\mathbf{M}}_0)^{-1} (\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{m}}_0)\right\}, \quad (3)$$

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\dot{\mathbf{M}}_1|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{m}}_1)^T (\dot{\mathbf{M}}_1)^{-1} (\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{m}}_1)\right\}, \quad (4)$$

где:  $\dot{\mathbf{M}}_0$  - КПМ земной поверхности, окаймляющей участок анализа на предмет обнаружения объекта,  $\dot{\mathbf{M}}_1$  - КПМ участка анализа на предмет обнаружения объекта,  $\dot{\mathbf{m}}_0$  - вектор МО для выборок по земной поверхности, окаймляющих участок анализа на предмет обнаружения объекта земной поверхности,  $\dot{\mathbf{m}}_1$  - вектор МО для выборок по участкам анализа на предмет обнаружения объекта.

При однопозиционных системах с поляризационной обработкой информации необходимо учитывать вырожденность КПМ, обусловленную равенством двух элементов ПВР ( $U_{21} = U_{12}$ ). Для преодоления вырожденности КПМ используем метод главных компонент. Определив все собственные числа  $\lambda_r$  и нормированные собственные векторы  $\dot{\mathbf{b}}_r$  матрицы  $\dot{\mathbf{M}}$ , отбросив собственный вектор  $\dot{\mathbf{b}}_4$ , соответствующий



щий наименьшему  $\lambda_4$ , составим матрицу пересчета  $\dot{\mathbf{B}}$ . Применяя преобразование  $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{B}}^* \dot{\mathbf{U}}$ , получим ПВР  $\dot{\mathbf{y}}$ , КПМ которого будет не вырожденной. Соответственно первый начальный и второй центральный моменты распределения ПВР будут определяться из выражения:

$$\dot{\mathbf{y}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^* \dot{\mathbf{m}}_0, \dot{\mathbf{y}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^* \dot{\mathbf{m}}_1, \dot{\mathbf{T}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^* \dot{\mathbf{M}}_0 \dot{\mathbf{B}}, \dot{\mathbf{T}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^* \dot{\mathbf{M}}_1 \dot{\mathbf{B}} \quad (5)$$

Логарифм отношения правдоподобия для дискретной выборки  $\dot{\mathbf{y}}$  объема  $N$  имеет вид:

$$L = \frac{1}{2} \ln \frac{\det \dot{\mathbf{T}}_1}{\det \dot{\mathbf{T}}_0} + \frac{1}{2N} \cdot \sum_{i=1}^N \left( (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_0)^* \cdot \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_0) - (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_1)^* \cdot \dot{\mathbf{T}}_1^{-1} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_1) \right), \quad (6)$$

где;  $\dot{\mathbf{y}}_0, \dot{\mathbf{y}}_1$  – оценки вектора математического ожидания многомерной входной выборки для гипотез  $H_0$  и  $H_1$  соответственно;  $\dot{\mathbf{T}}_0, \dot{\mathbf{T}}_1$  – оценки ковариационных матриц многомерной входной выборки для гипотез  $H_0$  и  $H_1$  соответственно,  $*$ T – знак комплексного сопряжения и транспонирования.

Решение о наличии объекта на фоне земной поверхности (гипотеза  $H_1$ ) принимается при превышении значением отношения правдоподобия порога  $C$ . Выбор порога осуществляется с применением критерия Неймана – Пирсона. В случае применения этого критерия, порог принятия решения определяется таким образом, чтобы вероятность ошибки первого рода  $F$  (вероятность ложной тревоги) была не больше заданного значения  $\beta_0$  [5].

$$F = \int_c^\infty W(L/H_0) dL \leq \beta_0 \quad (7)$$

где  $W(L/H_0)$  - плотность распределения отношения правдоподобия  $L$  при условии, что контрольная выборка соответствует гипотезе  $H_0$ .

Для нахождения значения порога принятия решения, применительно для рассматриваемого случая можно воспользоваться следующей методикой. Из (6) находим достаточную статистику:

$$\eta = \sum_{i=1}^N (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_0)^* (\dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \dot{\mathbf{T}}_1^{-1}) (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_1). \quad (8)$$

Поскольку процедура проверки гипотез сводится к сравнению отношения правдоподобия с порогом  $C$ , то при превышении порога принимается решение о наличии в принимаемой выборке сигнала отраженного от объекта.

$$\eta = 2 \ln C / \left[ \frac{\det \dot{\mathbf{T}}_0}{\det \dot{\mathbf{T}}_1} \right]^{\frac{N}{2}}. \quad (9)$$

Для оценки величины порога необходимо вычислить значения параметров распределения решающей статистики  $\eta$ . Таким образом, задача сводится к расчету среднего значения  $m_\eta = \langle \eta \rangle$  и дисперсии  $\langle \eta^2 - m_\eta^2 \rangle$  статистики  $\eta$  для гипотез  $H_0$  и  $H_1$ . Для решения этой задачи выделим из (6) одно из статистических независимых слагаемых и обозначим:

$$\eta_i = (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_0)^* \dot{\mathbf{Z}} (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_1), \quad (10)$$

где

$$\dot{\mathbf{Z}} = \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \dot{\mathbf{T}}_1^{-1}. \quad (11)$$

Вычислив характеристическую функцию, получим

$$Q_i(\vartheta) = \left| \mathbf{I} - j 2 \vartheta \dot{\mathbf{T}} \dot{\mathbf{Z}} \right|^{-\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

где:  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}_0, \dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}_1$  для гипотез  $H_0$  и  $H_1$ , характеристическая функция принимает вид:

$$Q_0(\vartheta) = \left| \mathbf{I} - j2\vartheta(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0 \dot{\mathbf{T}}_1^{-1}) \right|^{\frac{N}{2}}, \quad (13)$$

$$Q_1(\vartheta) = \left| \mathbf{I} - j2\vartheta(\dot{\mathbf{T}}_1 \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \mathbf{I}) \right|^{\frac{N}{2}}. \quad (14)$$

Путем дифференцирования (13), (14) найдем среднее значение статистики  $\eta$  для обеих проверяемых гипотез

$$m_{\eta_0} = N \operatorname{Sp}(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0 \dot{\mathbf{T}}_1^{-1}), \quad m_{\eta_1} = N \operatorname{Sp}(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_1 \dot{\mathbf{T}}_0^{-1}), \quad \sigma_{\eta_0}^2 = 2N \operatorname{Sp}(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0 \dot{\mathbf{T}}_1^{-1})^2, \quad \sigma_{\eta_1}^2 = 2N \operatorname{Sp}(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_1 \dot{\mathbf{T}}_0^{-1})^2. \quad (15)$$

Величина порога  $C$  является решением трансцендентного уравнения

$$F = 1 - \Phi\left(\frac{C - m_{\eta_0}}{\sigma_{\eta_0}}\right), \quad (16)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^x \exp^{-t^2/2} dt$  - интеграл вероятности.

При этом, вероятность правильного принятия решения равна:

$$D = 1 - \Phi\left(\frac{C - m_{\eta_1}}{\sigma_{\eta_1}}\right). \quad (17)$$

Обозначим через  $\xi_\alpha - \alpha$  - процентную точку отклонения (квантиль) гауссова распределения вероятностей  $D$  и  $F$  и определим порог принятия решения:

$$C = \xi_{1-F} \sigma_{\eta_0} + m_{\eta_0}, \quad (18)$$

где  $\xi_{1-F}$  - квантиль нормального распределения для заданной вероятности  $F$ .

Для оценки адекватности выбранного подхода принятия решения были проведены вычислительные эксперименты на основе натуральных данных по определению закона распределения плотности вероятности решающей функции. При проведении эксперимента были построены гистограммы решающей функции и график расчетного значения вероятностей на основе гауссова распределения (рис. 1), значение порога вычислялось, по приведенной выше методике, при заданной вероятности ошибки первого рода  $10^{-4}$ .

Таким образом, анализ рис. 1 показал, что расчетное значение вероятностей на основе гауссова распределения (сплошная линия) и построенные на основе вычислительных экспериментов, с использованием натуральных данных, гистограммы близки друг к другу.

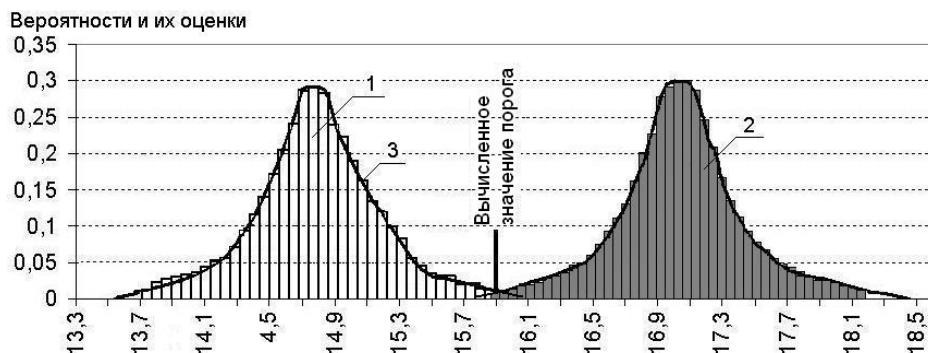


Рис. 1. Гистограмма решающей функции (1 – при гипотезе  $H_0$ , 2 – при гипотезе  $H_1$ , 3 – расчетное значение вероятностей на основе гауссова распределения)

## Выводы

1. На основании физических предположений и вычислительных экспериментов с использованием натуральных данных решающую функцию можно считать гауссовой.

2. При определении плотности вероятности распределения ПВР и построении решающего правила, в случае однопозиционной локации, необходимо учитывать вы-



рожденность ковариационно-поляризационных матриц, входящих в решающую функцию.

### Литература

1. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования векторов рассеяния целей [Текст] // 2-е изд. – СПб.:Наука, 2005. – С. 295.
2. Канарейкин, Д.Б. Поляризация радиолокационных сигналов. [Текст] / Д.Б. Канарейкин, Н.Ф. Павлов, В.А. Потехин Под ред. В.Е. Дулевича. – М.: Сов. радио, 1966. – С. 440.
3. Фукунага, К. Введение в статистическую теорию распознавания образов [Текст]/ К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – С. 387.
4. Бурданова, Е.В. Использование статистических моделей для оценок характеристик радиолокационных систем с поляризационной обработкой информации при принятии решения о наличии объектов на фоне подстилающей поверхности [Текст] / Е.В. Бурданова, А.П. Денисов, Е.Г. Жилияков, И.И. Олейник // Информационные технологии моделирования и управления. №6(40). – Воронеж, 2007. – С. 656-662.
5. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б.Р. Левин - Кн. 2. – М.: Сов. радио, 1974. – С. 398.

## ESTIMATE OF A PROBABILITY DENSITY OF DECISION FUNCTION AND SELECT OF A THRESHOLD OF DECISION-MAKING ON PRESENCE OF LAND OBJECTS IN RADAR-TRACKING SYSTEMS WITH POLARIZABLE INFORMATION PROCESSING

**E.V. BURDANOVA**<sup>1</sup>

**A.P. DENESOV**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Belgorod State University*

*e-mail: burdanova@bsu.edu.ru*

<sup>2</sup> **Производственное объединение «Маяк», г. Москва**

*e-mail: apd59@mail.ru.*

The principle of build-up of the inference engine, procedure of evaluation of threshold value is shown at usage of measure of Neumann – Pirsona. Effects of computing experiment with usage of full-scale data by definition of a distribution law of a probability density of decision function are given. It is shown, that on the basis of physical guesses and computing experiments it is possible to consider decision function Gaussian.

Keywords: a decision-making threshold, measure, decision function, the probability ratio.

## О МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ГЛАВНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

**Б.А. ТАТАРИНОВИЧ<sup>1</sup>**  
**М.И. БИДЫЛО<sup>1</sup>**  
**А.А. ЧЕРНОМОРЕЦ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Харьковский национальный  
аграрный университет

<sup>2</sup>Белгородский государственный  
университет

e-mail: Chernomorets@bsu.edu.ru

В работе предложен метод повышения точности решения главной геодезической задачи и способ натурной проверки его работоспособности.

Ключевые слова: главная геодезическая задача, погрешность расчета длины дуги, эллиптический интеграл

Важность проблемы разработки эффективных методов решения главной геодезической задачи обусловлена потребностью выполнения геодезических расчетов при решении многих задач по исследованию и измерению на различных территориях.

Как известно, возможность и точность решения главной геодезической задачи [1] зависит с одной стороны, от корректности исходных данных (расстояния/приращение долгот и широт, азимута в совокупности с расположением исходных/определяемых точек), так и метода решения задачи с другой. Косвенные методы [2] решения главной геодезической задачи очень чувствительны к указанным исходным данным и не работают при значительных расстояниях и изменениях азимута в северных широтах. Прямой метод решения указанной задачи по соотношениям сферодической геодезии позволяет с достаточной точностью решать эту задачу через рассмотрение сферического треугольника (рис.1), для которого длины сторон выражены в угловой мере  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , причем  $a$  соответствует широте  $B_1$ ,  $b - B_2$ .

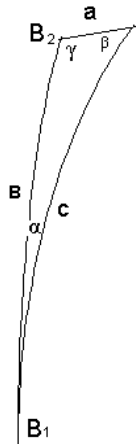


Рис. 1. Геометрические параметры главной геодезической задачи

Сторона  $c$  является или задаваемой (прямая задача) или определяемой (обратная задача). Некоторые из углов треугольника  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  также являются или задаваемыми, или определяемыми.

Если бы решение задачи требовалось проводить только в градусной мере, то единственной проблемой было бы определение градусной длины геодезической линии от  $B_1$  до  $B_2$ , которую необходимо было бы определять исходя из радиуса кривизны земной поверхности от первой точки до второй. Безусловно, на значительных расстояниях радиус кривизны меняется, и градусная мера длины геодезической линии есть величина, изменяемая в неравномерном темпе (собственно тоже самое мы имеем с изменением единичной длины дуги по сторонам  $b$  и  $a$ ). Для реального решения в этом случае точность решения оценивается нормой различия длины меридианов для сферы и для эллипсоида.

Второй проблемный вопрос в этом решении состоит в связи градусной меры, а именно географических координат и стороны  $c$  её линейной мерой. Определение длины геодезической линии (т.е. стороны  $c$ ) наиболее точно решается через криволинейный интеграл. Используют два пути разложения интегралов:

- разложение в ряды,



– методы решения дифференциальных уравнений.

Имеются ряд простых решений, которые обеспечивают удовлетворительные решения задач на малое расстояние соизмерения с длинами сторон геодезической сети.

Часто используется способ Шрейбера:

$$\begin{aligned}
 B_2 &= B_0 - d'', \\
 L_2 &= L_1 - e'', \\
 A_{21} &= A_{21} \pm 180^\circ + (t - E)\rho'', \\
 \delta &= \frac{S}{C} V_1^2, \\
 U_0 &= \sigma \cos A_{12}; v = \delta \sin A_{12}, \\
 U &= U_0 \left(1 + \frac{v_0^2}{3}\right); v = v_0 \left(1 + \frac{v_0^2}{6}\right), \\
 B_0 &= B_1 + \rho'' U \left[ V_1 - \frac{C^2}{4} U (3 \sin 2B_1 + 2 \cos 2B_1) \right], \\
 \gamma &= \frac{v V_0}{V_1^2}; \lambda = \frac{\gamma}{\cos B_0}; \tau = \lambda \sin B_0, \\
 e'' &= \lambda \left(1 - \frac{\tau^2}{3}\right) \rho''; d'' = \frac{t \gamma}{2} \left(1 + \frac{\lambda^2}{12}\right), \\
 V_0 q''; t &= \tau \left(1 - \frac{\lambda^2 + \tau^2}{6}\right), \\
 E &= \frac{U v}{2},
 \end{aligned}$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – вторые основные сфероидические функции, вычисленные по широте  $B_1$  и  $B_2$ .

Приведённые формулы обеспечивают вычисление геодезических координат  $B_1$  и  $V_2$  с точностью вычисления до 0,0001", а азимутов до 0,001".

Для решения обратной геодезической задачи наиболее применимые формулы со средними аргументами (формулы Гаусса), имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}
 S \cos A_m &= b M_m \left[1 - \frac{2l^2 - l^2 \sin^2 B_m}{24}\right] = Q, \\
 S \sin A_m &= l c o B_m N_m \left[1 - \frac{b^2 - l^2 \sin^2 B_m}{24}\right] = P, \\
 a &= l \sin B_m \left[1 + \frac{3b^2 + 2l^2 - 2l^2 - 2l^2 \sin^2 B_m}{24}\right], \\
 \operatorname{tg} A_m &= \frac{P}{Q}, \\
 S &= Q \cos A_m = P \sin A_m = \sqrt{Q^2 + P^2}, \\
 A_{12} &= A_m - a_{12}, \\
 A_{21} &= A_m + a_{12} \pm 180^\circ.
 \end{aligned}$$

Рассмотренные выше методы не решают задачу для значительных расстояний, особенно в северных широтах.

Наиболее точное решение этой задачи даёт взятие эллиптического интеграла:

$$\alpha_\mu = \int_{B_1}^{B_2} M(B) dB.$$



Целочисленное взятие этого интеграла будет заключаться в получении суммы некоторого количества элементарных (единичных) дуг (с увеличением количества рассматриваемых элементарных дуг растет точность решения), составляющих эту часть меридиана

$$\alpha_{\mu} = \sum_{i=1}^n \frac{2\pi}{360 \cdot 60 \cdot 60} \cdot M_i.$$

Решение данного выражения дает дискретный подход в целочисленных решениях через взятие первообразной функции [3] на границах интегрирования и в некотором множестве точек внутри интервала интегрирования.

Обозначим

$$\rho'' = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi}.$$

Тогда, используя различное количество точек внутри интервала интегрирования, можно указать следующие расчетные формулы:

а) для одной средней точки

$$\alpha_{\mu} = \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \cdot \frac{M_1 + M_{cp} + M_2}{3},$$

где  $M_{cp}$  – значение на середине интервала,

б) для двух средних точек

$$\alpha_{\mu} = \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \cdot \frac{M_1 + 2M_{cp} + M_2}{4},$$

в) для трёх средних точек

$$\alpha_{\mu} = \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \cdot \frac{M_1 + 3M_{cp} + M_2}{5},$$

г) для четырёх средних точек

$$\alpha_{\mu} = \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \cdot \frac{M_1 + 4M_{cp} + M_2}{6},$$

д) для  $n$  точек

$$\alpha_{\mu} = \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \cdot \frac{M_1 + \sum_{i=1}^n M_{cpi} + M_2}{n + 2},$$

где  $M_{cpi}$  – значения на середине рассматриваемых интервалов по дуге эллипса ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Взятие интеграла сводится к целочисленным процедурам разложения его в ряд или вычисление по правилу Симпсона через крайние и средние значения радиусов кривизны.

В данной работе предлагается не ограничиваться фиксированным количеством точек расчета, а брать их такое количество которое позволит обеспечить достаточную точность.

Оценка точности расчета длины дуги проводилась на дуге известной длины (вдоль меридиана). С целью проверки работоспособности предложенного метода, а также для проведения практических измерений на местности, были проведены следующие эксперименты.

Базисы были выбраны в меридианном, параллельном и произвольном направлении. Для каждого направления измерялись длины базисов с помощью приемников GPS в дифференциальном режиме, которые составили около 2 км. Эти длины являлись контрольными.

Базисы были разбиты на составляющие интервалы по количеству слагаемых в интеграле. Длины интервалов брались приблизительно одинаковыми, хотя это не яв-



лялось существенным. Длины составляющих интервалов определялись только для вычисления радиусов кривизны в данной точке.

Радиусы кривизны земной поверхности в данной точке измерялись по следующей методике. На концы внутреннего интервала ставились высокоточные теодолиты (1 сек) и производились замеры вертикальных углов между отвесной линией и встречно направленными лучами двух теодолитов. Расстояния между теодолитами измерялись лазерными дальномерами. Затем решался плоский треугольник, откуда вычислялся радиус кривизны в данной точке. Таким образом, были получены все необходимые для расчета радиусы кривизны, и по ним производилось вычисление интегралов и сравнение с исходным базисом, измеренным приемником GPS.

Полученные результаты полевых работ значительно уступали в точности теоретическим расчетам. Так погрешность определения радиусов кривизны составляла несколько процентов (исходя из длин дуг на поверхности и погрешности измерения вертикальных углов). Поэтому для более чистого эксперимента необходимо брать более длинные дуги и в этом случае погрешность эксперимента будет определяться длиной базиса с прямой видимостью, что при условии ночной видимости с источниками направленного излучения может составить несколько десятков километров. Это даст возможность получить погрешность в сотые доли процента. В этом случае погрешность измерений в полевых условиях может быть одного порядка с погрешностью, получаемой при теоретических расчетах.

Таким образом, предложенный в работе метод определения длины дуги является эффективным инструментом решения главной геодезической задачи.

#### Литература

1. Хаимов, З.С. Основы высшей геодезии / З.С. Хаимов. – М.: Недра, 1984. – 360 с.
2. Закатов, П.С. Высшая геодезия / П.С. Закатов. – М.: Мир, 1981. – 635 с.
3. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: АСТ, 2006. – 992 с.

## A METHOD OF THE SOLUTION OF THE MAIN GEODETIC PROBLEM ON THE BASIS OF AN INTEGER SOLVING OF ELLIPTIC INTEGRAL

B.A. TATARINOVICH<sup>1</sup>

M.I. BIDYLO<sup>1</sup>

A.A. CHERNOMORETS<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Kharkov national agrarian university*

<sup>2</sup> *Belgorod State University*

*e-mail: Chernomorets@bsu.edu.ru*

In work the method of increasing of the main geodetic task solution accuracy and a way of natural verifying of its working capacity is offered.

Key words: the main geodetic problem, calculation error of an arch length, elliptic integral

---

---

# СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ

---

---

УДК 519.223.41

## МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ МНОГОЦЕЛЕВЫХ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫХ МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ

**Н.Н. Тютин**  
**И.М. Успенский**  
**С.М. Чудинов**  
**О.Н. Кривошеев**

ОАО «НИИ супер ЭВМ»

e-mail:  
chudinov@super-computer.ru

В данной статье рассмотрены точные и приближенные методы расчета структурной надежности мультисервисных систем связи (МСС) по совокупности путей и сечений сети. Указанный метод может использоваться для расчета структурной надежности многоцелевых территориальных мультисервисных систем связи.

Ключевые слова: расчет структурной надежности мультисервисных сетей связи, метод расчета структурной надежности по совокупности путей или сечений, метод двухсторонней оценки, способы повышения структурной надежности мультисервисных систем связи.

---

---

В настоящее время известно большое количество работ, посвященных проблеме исследования надежности сложных систем связи [1, 2, 3]. Однако подавляющее большинство из них носят теоретический характер и, как правило, для достаточно больших территориальных систем и сетей не имеют практического значения. Данная статья носит в основном прикладной характер. В ней делается попытка использования в основном известных методов расчета сетевой надежности в практической деятельности разработчиков и операторов мультисервисных систем связи (МСС). Точные выражения для расчета надежности сети обычно достаточно сложны, поэтому вместо них в статье предлагается использовать приближенные, обеспечивающие необходимую точность. На этапе синтеза МСС необходимые предпосылки для обеспечения заданных показателей надежности системы закладываются в косвенном виде, например, как топологическое требование обеспечения между некоторыми подмножествами пар узлов не менее заданного числа независимых путей (требование  $\nu$  – связанности). Получаемые варианты построения МСС затем проверяются на соответствие требуемым показателям надежности. Если при выбранном числе независимых путей не удастся выполнить заданных требований, то повышают степень связанности рассматриваемых в процессе синтеза вариантов структуры будущей МСС. Построив описанный итерационный процесс, можно добиться соответствия между вновь получаемым и желаемым

значениями меры сетевой надежности. Таким образом, задачи построения надежной МСС можно свести к задаче анализа соответствия различных вариантов ее структуры заданным показателям, которые зависят как от надежности ее элементов, так и способов их взаимного соединения. Наибольшие трудности при расчете обычно сопряжены с учетом способа взаимного соединения элементов (структуры МСС).

*Приближенные методы расчета структурной надежности сети  
по совокупности путей или сечений*

Рассмотрим метод расчета структурной надежности сетей. Предположим, что необходимо определить вероятность связанности сети между заданной парой узлов А и В (рис. 1) (вероятность работоспособного состояния тракта, коэффициент готовности тракта). Критерием исправной работы сети в данном случае является наличие хотя бы одного работающего пути передачи информации между рассматриваемыми узлами. Предположим, что имеется список возможных путей в виде перечня элементов (узлов и направлений связи), входящих в каждый путь. В общем случае пути будут зависимы, поскольку любой элемент может входить в несколько путей. Вероятность работоспособного состояния  $R_S$  любого  $s$ -го пути можно вычислить по формуле последователь-

ного соединения элементов  $R_s = P_{1s} \cdot P_{2s} \cdots P_{is}$ , где  $P_{is}$  - вероятность работоспособного состояния  $i$ -го элемента  $s$ -го пути. Искомая вероятность работоспособного состояния тракта АВ НАВ зависит от надежности каждого пути в тракте и вариантов их пересечений по общим элементам. Обозначим вероятность работоспособного состояния рассматриваемого тракта, которая обеспечивается первыми  $k$  путями, через НК. Добавление очередного  $(k+1)$ -го пути с вероятностью работоспособного состояния  $R_{k+1}$ , очевидно, приведет к увеличению структурной надежности тракта, которая теперь будет определяться объединением двух событий – исправен хотя бы один из первых путей или исправен  $(k+1)$ -й путь. Вероятность наступления этого объединенного события с учетом возможной зависимости отказов  $(k+1)$ -го и остальных путей определится соотношением

$$H_{k+1} = H_k + R_{k+1} - R_{k+1} H_{k/(k+1)}, \quad (1)$$

где  $H_{k/(k+1)}$  – вероятность исправности хотя бы одного из первых  $k$  – путей при условии, что исправен  $(k+1)$ -ый путь.

Из определения условной вероятности  $H_{k/(k+1)}$  следует, что при ее расчете вероятности исправной работы всех элементов, входящих в  $(k+1)$ -й путь, необходимо положить равными единице. Для удобства дальнейших расчетов представим последний член выражения (1) в следующем виде:

$$R_{k+1} \cdot H_{k/(k+1)} = R_{k+1} * H_k, \quad (2)$$

где символ (\*) означает, что при перемножении вероятности работоспособности всех элементов, входящих в первые  $k$  путей с общим  $(k+1)$ -м путем, заменяются единицами. С учетом (2) можно представить соотношение (1) в следующем виде:

$$\Delta H_{k+1} = R_{k+1} * Q_k, \quad (3)$$

где  $\Delta H_{k+1} = H_{k+1} - H_k$  – приращение структурной надежности при введении  $(k+1)$ -го пути;  $Q_k = 1 - H_k$  – вероятность того, что произойдет одновременный отказ первых  $k$  путей.

Учитывая, что приращение надежности  $\Delta H_{k+1}$  численно равно уменьшению ненадежности  $\Delta Q_{k+1}$ , получаем следующее уравнение в конечных разностях:

$$\Delta Q_{k+1} = R_{k+1} * Q_k. \quad (4)$$

Легко проверить, что решением уравнения (4) является функция

$$Q_k = (1 - R_1) * (1 - R_2) * \dots * (1 - R_k). \quad (5)$$

В случае независимых путей операция символического умножения совпадает с обычным умножением и выражение (5) дает коэффициент простоя системы, состоя-

щей из параллельно включенных элементов. В общем случае необходимость учета общих элементов путей заставляет производить умножение согласно соотношению (5) в алгебраическом виде. При этом число членов в результирующем выражении с умножением на каждый очередной двучлен удваивается и окончательный результат будет иметь 2к членов, что эквивалентно полному перебору совокупности всех к путей. Например, при к=10 число членов в окончательной формуле превысит 1000, что уже выходит за рамки ручного счета и для расчета структурной надежности требуется использование ЭВМ. Однако, следует заметить, что в реально созданных МСС региональных операторов число путей между узлами А и В не превышает 5÷6. Тем не менее, свойства введенной выше операции символического умножения позволяют резко сократить трудоемкость расчетов. Рассмотрим эти свойства более подробно.

Согласно операции символического умножения для вероятности работоспособности  $\bar{p}$  любого элемента справедливо следующее правило:

$$p_i * p_i = p_i \cdot \bar{p}_i \quad (6)$$

Напомним, что второй сомножитель в (6) имеет смысл вероятности исправной работы  $i$ -го элемента при условии его исправности, которая, очевидно, равна единице. Для сокращения дальнейших выкладок введем следующее обозначение вероятности неработоспособности  $i$ -го элемента:

$$\bar{p}_i = 1 - p_i \quad (7)$$

С учетом соотношений (6) и (7) можно записать следующие простые правила преобразования выражений, содержащих вероятности  $p$  и  $\bar{p}$ :

1.  $p_i * \bar{p}_i = 0$ ;
2.  $\bar{p}_i * \bar{p}_i = \bar{p}_i$ ;
3.  $p_i * p_i p_j = p_i p_j$ ;
4.  $\bar{p}_i * p_i p_j = \bar{p}_i$ ;
5.  $p_i p_j * p_i p_s = p_i p_j - p_i p_s p_j$ ;
6.  $p_i p_j - p_i p_j = \bar{p}_i$ .

Для примера использования этих правил при расчете надежности рассмотрим простейшую сеть связи, изображенную в виде графа на рис. 1.

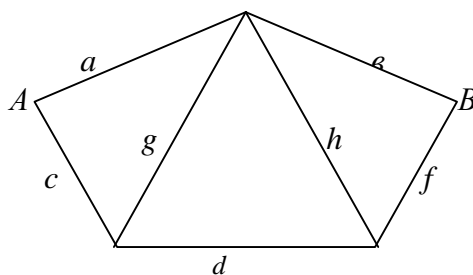


Рис. 1. Пример для расчета структурной надежности сети на ограниченном подмножестве путей

Буквы, стоящие у ребер графа, обозначают вероятности работоспособных состояний соответствующих линий связи. Узлы для простоты будем считать идеально надежными. Предположим, что для связи между узлами А и В можно использовать все пути, состоящие из трех и менее последовательно включенных линий связи. Это означает, что следует учесть подмножество путей  $\{\mu\} = \{av, cdf, cdv, ahf\}$ . Определим

приращения надежности, обеспечиваемые каждым последующим путем, по формуле (3) с учетом выражения (5):

$$\Delta H_{k+1} = R_{k+1} * (\overline{R_1} * \overline{R_2} * \dots * \overline{R_k}), \quad (9)$$

где  $\overline{R_i} = 1 - R_i$ , аналогично соотношению (7).

Применяя последовательно формулу (9) и правила символического умножения (8) к рассматриваемой сети, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta H_1 &= av, \quad \Delta H_2 = cdf * (\overline{av}) = cdf \cdot \overline{av}, \\ \Delta H_3 &= cdv * (\overline{a} * \overline{df}) = cdv \cdot \overline{a} \cdot \overline{df}, \quad \Delta H_4 = ahf (\overline{v} * \overline{cd} * \overline{cgv}) = ahf \cdot \overline{v} \cdot \overline{cd}. \end{aligned}$$

Напомним, что при расчете выражений в круглых скобках мы полагали вероятности работоспособных состояний элементов, входящих в (к+1)-ый путь, равными единице. При расчете последнего приращения мы использовали правило 4), которое можно назвать правилом поглощения длинных путей короткими; в данном случае его применение дает  $\overline{v} * \overline{cgv} = \overline{v}$ . Если разрешено использование других более длинных путей, содержащих более трех включенных линий, например пути cdhv, то не представляет труда рассчитать обеспечиваемое им приращение надежности  $\Delta H_5 = cdhv * (\overline{a} * \overline{f} * \overline{g} * \overline{af}) = cdhv \cdot \overline{a} \cdot \overline{f} \cdot \overline{g}$ . Результирующую структурную надежность сети можно теперь вычислить как сумму приращений, обеспечиваемых каждым из рассмотренных путей:

$$H_k = \sum_{i=1}^k \Delta H_i \quad (10)$$

Пусть для рассмотренной сети вероятности работоспособных состояний всех элементов сети одинаковы, то есть  $a=v=c=d=f=h=g=p$ . В результате получим

$$H_5 = p^2 + p^3(1-p^2) + 2p^3(1-p)(1-p^2) + p^4(4-p)^3.$$

Пусть  $p$  равно 0,9. При этом структурная надежность сети, рассчитанная по первым пяти путям, составит:  $H_5 = 0,81 + 0,1385 + 0,01385 + 0,01385 + 0,00066 = 0,9768$ .

На основании приведенного расчета можно оценить вклад в повышение структурной надежности сети каждого последующего пути доставки информации. Так, путь, содержащий четыре элемента дает, приращение вероятности работоспособного состояния тракта, равное 0,00066, что при исходной вероятности работоспособного состояния элемента сети, равной 0,9, можно считать незначительным.

При машинной реализации в основу расчета структурной надежности сети можно также положить соотношение (4) с учетом того, что

$$Q_k = \sum_{i=1}^k \Delta Q_i \quad (11)$$

Согласно (4) имеем следующее рекуррентное соотношение:

$$Q_{k+1} = Q_k - R_{k+1} * Q_k \quad (12)$$

При начальном условии  $Q_0 = 1$  на каждом последующем шаге из полученного ранее значения для  $Q_k$  следует вычесть произведение вероятности работоспособного состояния очередного (к+1)-го пути на значение  $Q_k$ , в котором вероятности работоспособного состояния всех элементов, входящих в (к+1)-й путь, нужно положить равными единице. В качестве примера рассчитаем структурную надежность сети, изображенной на рис. 2, относительно узлов А и В, между которыми имеется 11 возможных путей передачи информации.

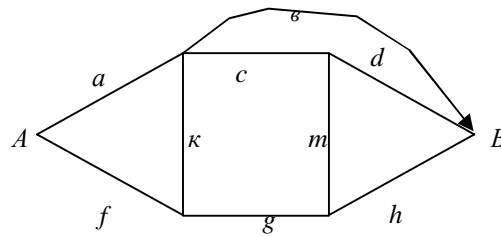


Рис. 2. Пример сети для расчета надежности по полной совокупности путей

Все данные для расчета сведены в таблице 1. Окончательное значение вероятности работоспособного состояния тракта НАВ можно получить, если провести суммирование всех строк последнего столбца таблицы.

Таблица 1

**Сводные данные для расчета структурной надежности  
многоцелевых территориальных мультисервисных систем связи**

Номер пути	$R_{K+1}$	$R_{K+1} * (\overline{R_1} * \overline{R_2} * \dots * \overline{R_K})$	$\Delta H_K$
1	2	3	4
1	ав		ав
2	fgh	$fgh * (\overline{ab})$	$fgh * \overline{ab}$
3	acd	$acd * (\overline{b} * fgh)$	$acd * \overline{b} * fgh$
4	fkв	$fkв * (\overline{a} * gh * \overline{acd})$	$fkв * \overline{a} * gh$
5	акgh	$fkgh * (\overline{b} * \overline{f} * \overline{cd} * \overline{fb})$	$acmh * \overline{b} * \overline{f} * \overline{cd}$
6	acmh	$acmh * (\overline{b} * fg * \overline{d} * \overline{fkв} * \overline{kg}) =$ $= acmh * (\overline{b} * \overline{d} * \overline{fg} * \overline{kg})$	$acmh * \overline{b} * \overline{d} * (fg - kgf)$
7	fkcd	$fkcd * (\overline{ab} * gh * \overline{a} * \overline{b} * \overline{agh} * \overline{amh})$	$fkкс * \overline{a} * \overline{b} * gh$
8	fgmd	$fgmd * (\overline{ab} * \overline{h} * \overline{ac} * \overline{kв} * \overline{akh} * \overline{ach} * \overline{kc})$	$fgmd * \overline{h} * (\overline{ab} - \overline{acв} - \overline{kвa} -$
9	акgmd	$акgmd * (\overline{b} * \overline{fh} * \overline{c} * \overline{fb} * \overline{h} * \overline{ch} * \overline{fc} * \overline{f})$	$акgmd * \overline{b} * \overline{f} * \overline{c} * \overline{h}$
10	fkcmh	$fkcmh * (\overline{ab} * \overline{g} * \overline{ad} * \overline{b} * \overline{ag} * \overline{a} * \overline{d} * \overline{gd} * \overline{agd})$	$fkcmh * \overline{a} * \overline{b} * \overline{g} * \overline{d}$
11	fgmсв	$fgmсв * (\overline{a} * \overline{h} * \overline{ad} * \overline{k} * \overline{akh} * \overline{ah} * \overline{kd} * \overline{d} * \overline{akd})$	$fgmсв * \overline{a} * \overline{h} * \overline{k} * \overline{d}$

Итак, просуммировав все строки последнего столбца, получим формулу для расчета структурной надежности тракта АВ сети, схема которой приведена на рис. 2. Эта формула содержит всего 15 членов вместо максимально возможного числа  $2^n=2048$ , получающегося при учете всех возможных путей. До сих пор мы рассматривали показатели структурной надежности сети относительно выделенной пары узлов. Совокупность таких показателей для всех или некоторого подмножества пар узлов может достаточно полно характеризовать структурную надежность сети в целом. Иногда используется другой, интегральный, критерий структурной надежности сети. По этому критерию сеть считается исправной, если имеется связь между всеми ее узлами. При этом задается также требование к вероятности такого события. Для расчета структурной надежности по указанному интегральному критерию достаточно ввести обобщение понятия пути в виде дерева, соединяющего все заданные узлы сети. Тогда сеть будет связана, если существует, но крайней мере, одно связывающее дерево, и расчет сво-



дится к перемножению вероятностей отказа всех рассматриваемых деревьев с учетом наличия общих элементов. Вероятность  $Q_s$  отказа  $s$ -го дерева определяется аналогично вероятности отказа пути:

$$Q_s = 1 - \prod_{i=1}^{\pi_s} p_{is},$$

где  $p_{is}$  – вероятность работоспособного состояния  $i$ -го элемента, входящего в  $s$ -ое дерево;  $\pi_s$  – число элементов в  $s$ -м дереве.

Рассмотрим для примера простейшую сеть в виде треугольника, стороны которого взвешены вероятностями работоспособного состояния  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответствующих ветвей. Для связности такой сети достаточно существование, по крайней мере, одного из деревьев  $ab$ ,  $bc$ ,  $ca$ . Используя рекуррентное соотношение (9), определим вероятность связности этой сети  $H = ab + bca + cab$ .

Если  $a=b=c=p$ , получаем следующее значение вероятности связности, которое легко проверить перебором:  $H=3p^2-2p^3$ . Для расчета вероятности связности достаточно разветвленных сетей вместо перечня связывающих деревьев, как правило, удобнее пользоваться перечнем сечений  $\{\sigma\}$ , которые приводят к потере связности сети по рассматриваемому критерию. Сечением при этом называют минимальную (неизбыточную) совокупность ветвей, удаление которых делает сеть несвязанной. При восстановлении хотя бы одной ветви из этой совокупности связность сети восстанавливается. Легко показать, что для сечения справедливы все введенные выше правила символического умножения, только вместо вероятностей работоспособного состояния элементов сети в качестве исходных данных следует использовать вероятности отказов  $q=1-p$ . Действительно, если все пути или деревья можно считать включенными «параллельно» с учетом их взаимосвязанности, то все сечения включены в этом смысле «последовательно». Обозначим вероятность того, что в некотором сечении  $s$  нет ни одного исправного элемента, через  $\pi_s$ . Тогда можно записать

$$\pi_s = q_{i1} \cdot q_{i2} \cdot \dots \cdot q_{ms}, \quad (13)$$

где  $q_{is}$  – вероятность отказа  $i$ -го элемента, входящего в  $s$ -е сечение.

Вероятность  $H_{св}$  связности сети можно тогда представить аналогично (5) в символическом виде:

$$H_{св} = (1-\pi_1) * (1-\pi_2) * \dots * (1-\pi_k), \quad (14)$$

где  $k$  – число рассматриваемых сечений.

Другими словами, для того чтобы сеть была связана, необходимо, чтобы одновременно были исправны хотя бы по одному элементу в каждом сечении с учетом взаимной зависимости сечений по общим элементам. Формула (14) является в некотором смысле двойственной по отношению к формуле (5) и получается из последней заменой путей на сечения и вероятностей исправной работы на вероятности пребывания в состоянии отказа. Аналогично двойственным по отношению к формуле (12) является рекуррентное соотношение:

$$H_{k+1} = H_k - \pi_{k+1} * H_k, \quad (15)$$

Рассчитаем для примера вероятность связности рассмотренной выше треугольной сети с набором сечений  $ab$ ,  $bc$ ,  $ca$ . Согласно (15) при начальном условии  $H_0=1$

имеет  $H_{св} = ab - bca - cab$ . При одинаковых вероятностях неработоспособного состояния элементов сети  $a=b=c=q$  получаем  $H_{св}=1-q^2-2q^2(1-q)$ . Этот результат совпадает с ранее полученным результатом по методу перечисления деревьев. Метод сечений можно, конечно, применять и для расчета вероятности связности сети относительно выделенной пары узлов, особенно в тех случаях, когда число сечений в рассматриваемой сети значительно меньше числа путей. Однако наибольший эффект в смысле сокращения трудоемкости вычислений дает одновременное использование обоих методов, которое рассматривается ниже.

### Приближенный метод двусторонней оценки структурной надежности

При проектировании реальных МСС или оценке действующих сетей обычно отсутствует необходимость точного расчета структурной надежности сети, так как исходные данные по надежности элементов сети задаются или получаются экспериментальным путем с некоторой конечной точностью. Создателям МСС и эксплуатационным службам функционирующих сетей необходимо лишь убедиться в том, что надежность соответствующей сети не ниже заданной и не имеет экономически необоснованного запаса. Другими словами, на практике достаточно гарантировать, что истинное значение надежности  $H_0$  находится в некоторых пределах  $H_{\min} < H_0 < H_{\max}$ . Можно ожидать, что оценка надежности МСС с заданной конечной точностью позволит сократить трудоемкость расчетов в тем большей мере, чем ниже требуемая точность оценки. Действительно, при расчете надежности по совокупности путей добавление каждого следующего пути приводит к увеличению структурной надежности сети, а при расчете по совокупности сечений добавление каждого следующего сечения приводит к уменьшению структурной надежности, что создает предпосылки для двусторонней оценки структурной надежности сети с гарантированной точностью по ограниченному набору путей и сечений. Рассмотрим эту возможность более детально.

Обозначим через  $Q_\mu^{(k)}$  результат, полученный при перемножении вероятностей отказов 1-RS первых  $k$  из общего числа  $n$  путей. Тогда с учетом следующего  $(k+1)$ -го пути получим согласно (12) уточненную оценку  $Q_\mu^{(k+1)}$ :

$$Q_\mu^{(k+1)} = Q_\mu^{(k)} - R_{k+1}^* Q_\mu^{(k)} \quad (16)$$

Функция  $H_\mu^{(k+1)} = 1 - Q_\mu^{(k)}$  является монотонно неубывающей с возрастанием  $k$  и при  $k=n$  дает точное значение  $H_0 = H_\mu^{(n)}$ . (Здесь следует оговориться, что и в данном случае понятие «точное» достаточно относительно хотя бы потому, что все вычисления, проводимые вручную или с использованием ЭВМ, осуществляются с некоторой конечной точностью).

Промежуточные значения  $H_\mu^{(k)}$  при  $k < n$  можно рассматривать, как оценки  $H_0$  снизу. Аналогично, исходя из формулы (15), можно получить монотонно невозрастающую последовательность  $H_\sigma^{(k+1)}$ , которую можно рассматривать, как последовательность оценок  $H_0$  сверху. Характер зависимостей  $H_\mu^{(k)}$  и  $H_\sigma^{(k)}$  от  $k$  представлен на рис. 3.

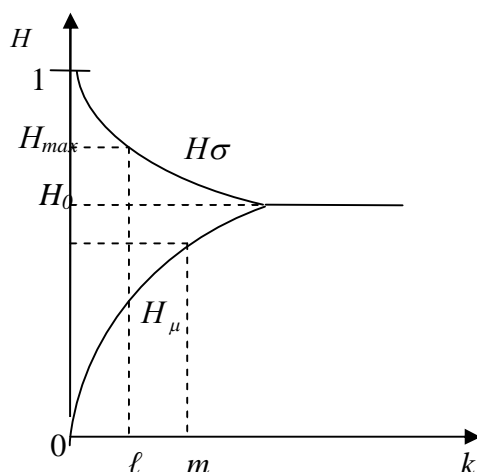


Рис. 3. Характер изменения оценки структурной надежности

Опыт показывает, что рассматриваемые зависимости при малых  $k$  меняются весьма круто, а с дальнейшим увеличением  $k$  очень медленно приближаются к общему пределу  $N_0$ , что подтверждается и расчетами. Это свойство можно использовать для сокращения трудоемкости оценок надежности сети с заданной точностью. Действительно, для решения задачи достаточно последовательно просматривать пути  $\mu$ , пока не выполнится условие  $H_{\mu}^{(k)} \geq N_{\min}$ , и затем просматривать сечения  $\sigma$ , пока не выполнится условие  $H_{\sigma}^{(r)} \leq N_{\max}$ . Если для некоторого  $m$  окажется, что  $H_{\mu}^{(m)} > N_{\max}$ , то можно прекратить расчеты и принять решение, что в сети заложена излишняя избыточность, а если для некоторого  $r$  окажется, что  $H_{\sigma}^{(r)} < N_{\min}$ , то это значит, что требования к надежности сети не выполняются. Число требующих просмотра путей  $m$  и сечений  $r$  (расчеты структурной надежности сети по  $m$  путям и  $r$  сечениям) обычно гораздо меньше общего числа путей  $n$  и общего числа сечений  $k$  ( $m \ll n$ ,  $r \ll k$ ), чем и достигается сокращение трудоемкости оценки. Одновременно гарантируется, что истинное значение надежности сети лежит в заданных пределах  $N_{\min} \leq N_0 \leq N_{\max}$ . Точность оценки может быть задана в виде допустимых отклонений от истинного значения  $H_{-\sigma}^{+a}$ . В этом случае просмотр путей и сечений следует вести до тех пор, пока не выполнится условие  $|H_{\mu}^{(m)} - H_{\sigma}^{(r)}| \leq a + v$ . В частности, если  $a = v$ , то условие прекращения расчетов имеет вид  $|H_{\mu}^{(m)} - H_{\sigma}^{(r)}| \leq 2a$ , а в качестве оценки надежности следует принять величину  $N = (H_{\mu}^{(m)} + H_{\sigma}^{(r)})/2$ .

В ходе расчетов решение о рассмотрении на следующем шаге очередного пути или сечения целесообразно принимать по критерию большего абсолютного прекращения надежности по соответствующему параметру ( $m$  или  $r$ ).

Метод двусторонней оценки структурной надежности для разветвленных МСС, позволяет значительно сократить трудоемкость расчетов по сравнению с методом полного перебора путей или сечений. При этом метод гарантирует любой заданный уровень точности оценки надежности МСС.

Повышения структурной надежности в основном достигается принятием следующих мер:

- выбор аппаратуры узлов коммутации и линий связи с повышенной надежностью, что позволит повысить надежность каждого отдельного пути передачи информации МСС;
- применение резерва по каналам, трактам или линиям на участках сети, что также приводит к повышению надежности пути МСС;
- применение резервных обходных путей (в режиме горячего резерва), что эквивалентно увеличению числа независимых путей, которые могут быть использованы для передачи информации;
- организация службы контроля и восстановления, что эквивалентно уменьшению времени восстановления, а следовательно, увеличению надежности путей МСС;
- создание и внедрение соответствующей системы управления разных уровней в МСС, обеспечивающей оперативное переключение каналов и трактов, перераспределение и ограничение потоков информации в МСС.

#### **Заключение**

В данной статье рассмотрены точные и приближенные методы расчета структурной надежности мультисервисных систем связи (МСС) по совокупности путей и сечений сети. Преимущество этого метода, по сравнению с методом двусторонней оценки структурной надежности, заключается в существенном сокращении трудоемкости расчетов. Предложенный метод позволяет произвести расчет структурной надежности многоцелевых территориальных мультисервисных систем связи. Метод апробиро-



ван при создании и эксплуатации мультисервисных региональных систем для органов регистрации Московской области.

#### Литература

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.В. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Гадасин В.А. Методы расчета структурной надежности сети связи. – М., 1986.
3. Филин Б.П. Методы анализа структурной надежности сетей связи. – М.: Радио и связь, 1988.
4. Банчук Ю.А., Демин В.К., Тютин Н.Н., Чудинов С.М. Региональные информационные системы, методы их структурной и функциональной оценки. – Белгород: Изд-во БелГУ, 2007. – 340 с.
5. Руководящий документ Министерства связи РФ РД.45.128-2000. Сети и службы передачи данных. – 65с.
6. Научный отчет: Исследование и разработка методов оценки и прогнозирования структурной надежности мультисервисных сетей связи (для компании ОАО «ЦентрТелеком») ВИМА. 468 363.006, Инв. № 6787, ОАО «НИИ супер ЭВМ», 2006.

## METHODS OF ACCOUNT OF STRUCTURAL RELIABILITY OF MULTI-PURPOSE TERRITORIAL MULTISERVICE SYSTEMS OF COMMUNICATION

N.N.Tjutin  
**I.M.** Uspenskiy  
**S.M.** Chudinov  
O.N.Krivosheev

*e-mail:*  
[chudinov@super-computer.ru](mailto:chudinov@super-computer.ru)

In given clause the exact and approached methods of account of structural reliability of multiservice systems of communication (MSC) on set of ways and sections of a network are considered. The specified method can be used for account of structural reliability of multi-purpose territorial multiservice systems of communication.

Keywords: account of structural reliability of multiservice networks of communication, method of account of structural reliability on set of ways or sections, method of a bilateral rating, ways of increase of structural reliability of multiservice systems of communication.

## ОЦЕНИВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕРВИСНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ТЕЛЕРАДИОСЕТИ НА ОСНОВЕ СИСТЕМО-ОБЪЕКТНОЙ МОДЕЛИ

**С.Н. ТРУБИЦИН**

*Федеральное государственное  
унитарное предприятие  
«Российская телевизионная  
и радиовещательная сеть»*

*e-mail: strubicin@rtrn.ru*

Рассматриваются результаты решения ряда практических задач по организации сервисного обслуживания телевизионной и радиовещательной сети на основе системно-объектной модели: регламентация бизнес-процесса управления закупками и маршрутов доставки средств обслуживания; методика классифицирования и распределения сервисных работ; а также метод поддержки принятия решений на основе экспертных оценок для выбора варианта организации логистической системы сервисного обслуживания с учетом аутсорсинга.

Ключевые слова: сервисное обслуживание телерадиосети, системно-объектный подход, бизнес-процесс управления закупками, метод экспертного оценивания, метод анализа иерархии.

Обеспечение эффективного функционирования большой социотехнической системы, например, такой как телевизионная и радиовещательная сеть страны, является сложной научно-практической задачей. В работах [1, 2] обосновывается актуальность решения такой задачи и рассматриваются основные пути ее решения. В работах [3, 4] приводятся отдельные результаты развития средств системного анализа и компьютерного моделирования в интересах обеспечения логистики сервисного обслуживания телерадиовещательной сети, полученные в рамках диссертационного исследования.

Рассмотрим, какие конкретные возможности дают упомянутые выше результаты с точки зрения практических задач регламентации сервисного обслуживания телерадиосети и оценки его эффективности.

В частности разработанная визуальная графоаналитическая модель системы сервисного обслуживания телерадиосети [3] с учетом формализации ее построения [4] позволяет регламентировать различные процедуры сервисного обслуживания, т.е. конкретно и подробно описывать необходимые средства и осуществляемые в ходе обслуживания процессы.

Регламентация при моделировании процессов проходящих в организации является одной из важнейших задач. Регламентация означает создание документации, определяющей ход, результаты процесса и порядок управления процессом. Регламентация процессов начинается с определения того, какие процессы должны быть регламентированы. Затем проводится документирование процесса, его входов, выходов и подпроцессов по заранее разработанному шаблону. Регламентация необходима для более точного и корректного описания процесса, что позволит создать или откорректировать должностные инструкции, закрепить ответственность, укрепить нормативную базу организации [5].

Для примера в данной работе выполнена регламентация процесса управления закупками с учетом методики предложенной в работе [5], в которой применяется процессный подход. В данном случае рекомендации этой работы адаптированы к особенностям системно-объектного, а не процессного подхода.

При создании регламента процесса управления закупками осуществляется декомпозиция данного процесса на подпроцессы, которая производится на визуальной графоаналитической, в данном случае системно-объектной, модели *подразделения сервисного обслуживания* (ПСО) филиала ФГУП «Российские телевизионные и радиовещательные сети» (РТРС). При этом предварительно в соответствии с алгоритмом системно-объектного подхода [см. 3, 4] производится расширение и уточнение базо-



вой классификации связей. Используя результаты декомпозиции, осуществлено регламентирование процесса управления закупками, который выполняется отделом закупок ПСО филиала ФГУП РТРС.

Основной документ регламента определяет назначение документа и область его применения (т.е. какие должностные лица должны его знать и использовать в работе). Далее определяется «владелец» процесса, а также входы и выходы процесса. В данном случае «владелец» процесса занимает должность «Руководитель отдела закупок», должностная инструкция которого должна быть согласована с регламентом процесса. Входы и выходы процесса фиксируются в следующих табл. 1 и 2.

Таблица 1

### Выходы процесса

№	Клиент процесса	Выход	Тип
1	Поставщики материалов и услуг	Заказ поставщикам	Данные о заказе
2	Бухгалтерия	Счёт производителя за СО	Финансовая информация
3	Бухгалтерия	Накладные	Финансовая информация

Таблица 2

### Входы процесса

№	Поставщик	Вход	Тип
1	Начальник ПСО	Руководящие указания начальника сервисной службы	Руководящие указания
2	Склад	Данные по имеющимся запасам	Информация о состоянии вещательного узла
3	Аналитический отдел	План сервисных работ	Управление
4	Поставщики материалов и услуг	Счёт производителя за СО	Финансовая информация
5	Склад	Накладные	Финансовая информация

Далее аналогичным образом фиксируются входы и выходы всех подпроцессов.

При данном способе регламентации не требуется построение, так называемой, «матрицы ответственности» и обеспечивается более четкий баланс между взаимосвязями, функциями и объективными характеристиками сотрудников и подразделений.

Таким образом, в результате исследования и проектирования системы сервисного обслуживания телерадиосети предложен метод регламентации бизнес-процессов, который позволяет сократить трудоемкость при создании регламента и обеспечить лучшую согласованность должностных инструкций и положений о подразделениях.

Важной составляющей качественного сервиса является своевременное снабжение службы ТО, ремонта и модернизации (как составной части ПСО) средствами сервиса. Для этого в ПСО существует служба снабжения в составе отдела закупок и склада. Задачей отдела закупок является постоянное наличие на складе средств обслуживания (СО), необходимых для периодических работ и устранения аварий. Следовательно, главное это не допустить ситуации, при которой на складе филиала не окажется необходимых мастерам СО.

Для этого службе снабжения необходимо, с одной стороны, точно знать время доставки конкретных СО от производителя на склад филиала и время доставки со склада до вещательного узла (ВУ), как объекта сервисного обслуживания. С другой стороны, необходимо знать план сервиса, в котором указано когда и какие работы будут проведены. План сервиса не является проблемой службы снабжения, он предоставляется аналитическим отделом и является руководящим документом. А вот время доставки должно быть рассчитано непосредственно службой снабжения. При этом необходимо учитывать площади складских помещений и стоимость хранения СО, т.к. слишком большие запасы на складах, конечно, удобны мастерам но не выгодны предприятию в целом.

Исходя из графоаналитической системно-объектной модели [3] и логистической цепочки сервисного обслуживания, время доставки может быть рассчитано сле-

дующим образом. Время доставки является суммой приведенных ниже составляющих, часть из которых в конкретном случае может отсутствовать:

- время на подготовку и отправку заказа;
- время на получение и оплату счёта;
- время на изготовление;
- время на доставку от изготовителя на консолидированный склад (КС);
- время на прохождение таможи;
- время на доставку с КС за рубежом на КС в России;
- время на доставку от изготовителя на склад филиала;
- время на доставку с КС на склад филиала;
- время на доставку со склада филиала непосредственно на ВУ.

Общая стоимость доставки также является суммой стоимости отдельных частей пути СО. Расчёты производятся отдельно для каждого филиала РТРС по всем группам СО. Размеры, которые необходимо выделить для складских помещений зависят от количества обслуживаемых ВУ.

Рассмотрим логистическую цепочку сервисного обслуживания в контексте службы снабжения. Именно служба снабжения управляет движением СО по логистической цепочке. Используя работу [6] и построенную модель [3] определим возможные пути рационализации перевозок и минимизации затрат на транспортировку СО.

В первую очередь определяются варианты доставки СО: автомобильный, железнодорожный и морской транспорт. Далее строится сетевой график доставки (см. рис. 1) и таблица работ по доставке грузов (см. табл. 3) с учетом прохождения таможи и различных видов транспорта. На основании сетевого графика и таблицы работ определяются работы, которые необходимо выполнить для перевозки СО от производителей к месту назначения, т.е. возможные схемы доставки.

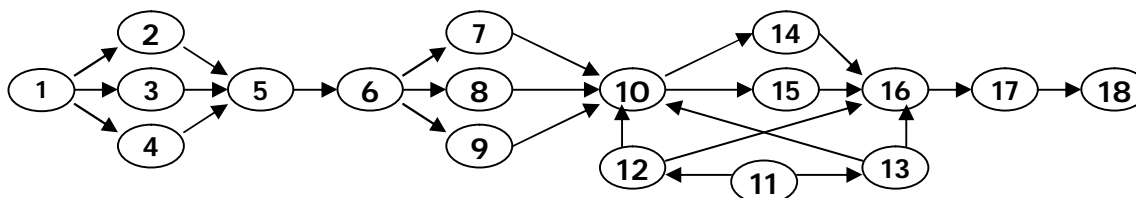


Рис. 1. Сетевой график схем доставки СО

Для определения наиболее рациональной схемы доставки от конкретных производителей на склады конкретного филиала используется методика, включающая в себя следующие процедуры:

1. Уточнение таблицы 3 с учётом особенностей данного филиала, а именно:
  - 1.1. Уточнение перечня работ (в таблицу должны входить только те работы, которые реально проводятся на данном филиале).
  - 1.2. Расчет и запись в таблицу времени выполнения каждой работы.
  - 1.3. Расчет и запись в таблицу стоимость выполнения каждой работы.
2. Уточнение возможных схем доставки по откорректированной табл. 3, а именно:
  - 2.1. Уточнение перечня возможных схем доставки (в таблицу должны входить только те схемы, которые реально используются на данном филиале).
  - 2.2. Расчет и запись в таблицу времени выполнения каждой схемы.
  - 2.3. Расчет и запись в таблицу стоимость выполнения каждой схемы.
3. Выбор наиболее приемлемой схему доставки по соотношению время/стоимость исходя из срочности доставки и наличия финансовых ресурсов.

При организации ПСО каждый вид СР необходимо классифицировать и назначить ответственных за его выполнение (подразделение и должностное лицо). Исполь-



зую разработанную модель [3] и классификацию СР можно предложить для этого следующую методику.

Таблица 3

### Работы по доставке средств обслуживания

№ работы		Характеристика работы
1	2	Оформление документов и погрузка на морской транспорт иностранным производителем
1	3	Оформление документов и погрузка на железнодорожный транспорт иностранным производителем
1	4	Оформление документов и погрузка на автомобильный транспорт иностранным производителем
2	5	Разгрузка груза в КС за рубежом и приём на временное хранение
3	5	
4	5	
5	6	
6	7	Прохождение иностранной таможни и погрузка на морской транспорт
6	8	Прохождение иностранной таможни и погрузка на железнодорожный транспорт
6	9	Прохождение иностранной таможни и погрузка на автомобильный транспорт
7	10	Прохождение российской таможни и разгрузка на КС в России
8	10	
9	10	
11	12	Оформление документов и погрузка на железнодорожный транспорт российским производителем
11	13	Оформление документов и погрузка на автомобильный транспорт российским производителем
12	10	Разгрузка груза на российском КС и приём на временное хранение
13	10	
10	14	Выпуск груза из российского КС на железную дорогу
10	15	Выпуск груза из российского КС на автотранспорт
12	16	Приём и разгрузка груза на складе филиала
13	16	
14	16	
15	16	
16	17	
16	17	Погрузка груза на автотранспорт и отправка со склада филиала
17	18	Доставка груза непосредственно на ВУ

Для того, чтобы определить к какому виду СР относится каждая конкретная работа и кто должен её выполнять необходимо сделать следующее. Определить периодичность СР, сложность, необходимость применения специальных инструментов или навыков. Если периодичность выше чем один раз за пол года включительно, то такую СР предлагается относить к работам с высокой периодичностью. Схема определения вида СР представлена на рис. 2.

Применяя данную схему определения вида СР для распределения работ по обслуживанию АМС с учетом видов и периодичности обслуживания АМС, представленных в [1], можно предложить следующее распределение работ по подразделениям и должностным лицам ПСО.

Целесообразно передать филиалу и возложить на дежурных инженеров, т.к. они не требуют специальной квалификации и инструментов и имеют малую периодичность такие работы:

- Обход и осмотр опоры с земли,
- Антикоррозийная смазка канатов,
- Замена перегоревших ламп в светильниках светоограждения
- Внешний осмотр подъемных механизмов

Целесообразно передать бригаде специалистов по обслуживанию АМС, т.к. эти виды СР носят периодический характер и имеют большую периодичность - от полугода до пяти лет, такие работы:





Рис. 2. Схема определения вида и ответственного исполнителя СР.

- Детальный осмотр состояния конструкций опоры,
- Инструментальная (геодезическая) проверка проектного положения ствола опоры,
- Грунтовка и окраска м/к
- Осмотр фундаментов и обволоки,
- Проверка осадки фундаментов,
- Проверка сопротивления изоляции кабелей светограждения и подогрева антенн,
- Проверка сопротивления заземления антенных опор

Так как персонал филиала не имеет средств обслуживания АМС и все СО АМС сосредоточены у бригады специалистов по обслуживанию АМС (в сервисных центрах, методика распределение которых представлена в работе [7]), то внеплановые работы следует отнести к работам, требующим особой квалификации и оборудования и также возложить их на бригады специалистов по обслуживанию АМС:

- Внеплановое обследование опоры,
- Проверка монтажных стяжений в оттяжках мачт
- Испытание подъемных приспособлений,
- Геодезическая проверка проектного положения стволов и правильности прогиба мачт при поднятом антенном полотне,
- Геодезическая проверка проектного положения мачт при спущенном антенном полотне



Названные работы имеют большую периодичность и, кроме того, эти работы могут выполняться и внепланово при возникновении определённых погодных условий или по требованию контролирующих организаций.

Одним из определяющих факторов организации сервисного обслуживания является выбор вариантов организации сервиса с учетом возможностей логистического аутсорсинга [1]. Трудности осуществления такого выбора обусловлены некоторой противоречивостью требований, предъявляемых к логистике сервисного обслуживания, например, точность поставки (являющаяся основной мерой надежности и доверия) должна сочетаться с необходимостью обеспечения ее гибкости (готовности вносить изменения в заказ). При этом, как правило, использование количественных критериев для сравнений преимуществ или проигрышей возможных вариантов организации чрезвычайно затруднено.

Отсутствие возможностей количественных сравнений при выборе вариантов организации, множественность критериев и их противоречивость преодолевается при создании системы сервисного обслуживания опытом и интуицией разработчиков системы и потребителей продукции, которые при этом выступают в качестве экспертов, оценивающих эффективность того или иного варианта на качественном уровне.

Важнейшим аспектом выбора в этом случае является формирование наборов критериев, позволяющих с позиций каждого из них осуществить сравнения альтернативных вариантов. При этом формирование критериев, а также, в общем случае, набора альтернативных вариантов не является формальной процедурой и осуществляются экспертами, так как необходимо учитывать множество различных требований к организации сервиса. В связи с этим такие процессы выбора альтернатив принято называть «*принятием решений на основе экспертных оценок*».

Так как критериев несколько, то возникает необходимость определять интегральную оценку предпочтительности того или иного варианта, то есть комплексировать сравнения по различным критериям. Поэтому одной из центральных проблем является разработка процедуры такого комплексирования, начиная с обоснования метода проведения сравнений альтернатив, включая оценивание относительных важностей самих выбранных критериев. Сведения необходимые для проведения сравнений принято называть информационным обеспечением.

Такие процедуры, включая необходимое информационное обеспечение, принято называть процедурами поддержки принятия решений, имея в виду способы их обоснования и рекомендательный характер. Окончательное решение о приемлемости того или иного варианта является прерогативой наделённого соответствующими полномочиями лица, которого принято именовать лицом, принимающим решения (ЛПР).

Очевидно, что процедура поддержки принятия решений при выборе способа организации системы сервиса должна быть иерархической, то есть сначала определяются важности критериев, затем – важности альтернатив с точки зрения каждого из них, а в конце должны определяться интегральные оценки важностей каждой из альтернатив.

Рассмотрим подробнее задачу определения весовостей сравниваемых объектов с некоторой точки зрения (с точки зрения решаемой задачи для критериев или с точки зрения каждого из критериев для альтернатив).

В основе таких сравнений, как было выше отмечено, должны использоваться экспертные оценки, так как критерии в большинстве случаев имеют качественный характер. В соответствии с этим и оценки превосходств/проигрышей с неизбежностью формулируются на качественном уровне, например в виде: «лучше», «превосходят», «существенно превосходят»; «значительно проигрывают» и.п.

Представляется целесообразным для решения задачи выбора из нескольких альтернативных вариантов наиболее с позиций эксперта приемлемого использовать подходы отбора и обработки экспертной информации, которые изначально предназначены для проведения сравнительных исследований. Такими процедурами отбора и обработки экспертной информации, адекватно отражающими сущность принятия ре-

шений по выбору наиболее приемлемого с точки зрения эксперта варианта из некоторого их набора, являются парные сравнения [8]. Основным же инструментом методов парных сравнений служат так называемые матрицы парных сравнений (МПС).

Наиболее распространённой методикой реализации иерархической процедуры отбора и обработки экспертной информации по методу парных сравнений с целью получения интегральных весомостей сравниваемых на основе многих критериев альтернатив является метод анализа иерархий (МАИ) в форме Саати (по имени её главного разработчика).

В настоящее время МАИ достаточно широко применяется для отбора и обработки экспертной информации в задачах поддержки принятия решений при выборе вариантов действий из некоторого их набора. Методика его использования и некоторые примеры применений для решения конкретных задач описана в ряде книг и вошла уже в учебники по управлению [например, 9]. Таким образом, можно констатировать, что эта методика вполне обоснована, апробирована на решении многих задач и получила признание среди профессиональных специалистов по управлению из различных областей человеческой деятельности.

Основная заслуга Саати заключается в разработке этой методики, включая проблему формирования шкал качественных экспертных суждений и количественных значений силы выражаемых ими уровней превосходств одних объектов перед другими. Именно этими числами и предлагается заполнять клетки МПС.

Кроме того, он разработал методы обработки заполненных числами МПС с целью вычисления оценок искомых весомостей, включая вычисления интегральных весомостей при сравнениях на основе многих критериев для многоуровневых иерархий.

Рассмотрим результаты применения метода поддержки принятия решений на основе экспертного оценивания для выбора способа организации логистической системы сервисного обслуживания с учетом нескольких критериев.

Например, могут быть оценены следующие альтернативные способы организации сервиса:

- сервисное обслуживание осуществляется производителем оборудования или его филиалами;
- сервисное обслуживание поручается независимой специализированной фирме;
- для выполнения сервисных работ привлекают посредников (агентские фирмы, дилеры), несущих полную ответственность за качество и удовлетворение претензий по сервису;
- работы, относящиеся к ТО, поручаются персоналу ФГУП РТРС.

При этом предлагается использовать следующие критерии эффективности логистического сервиса:

- Срок поставки – промежуток между датами выдачи и выполнения заказа. Выигрывает на рынке производитель, обеспечивающий меньший срок поставки.
- Обязательность (точность) поставки – оценка верности поставщика согласованным срокам. Она является мерой надежности и доверия, которые клиент проявляет к изготовителю продукции.
- Качество поставок – характеристика доли заказов, выполненных в соответствии с заказом (спецификацией) клиента.
- Информационная готовность – готовность предприятия выдать всю запрашиваемую покупателем информацию относительно поставляемой ему продукции.
- Гибкость – готовность предприятия выполнить вносимые клиентом изменения в ранее оформленный заказ.

Ниже приведены для примера исходная (табл. 4) и конечная (табл. 5) МПС, иллюстрирующие принятие решения по выбору (в данном примере) способа организации сервиса.

Таблица 4

## Матрица парных сравнений критериев

	Обязательность (точность) поставки	Качество поставок	Срок поставки	Информационная готовность	Гибкость	Весомости
Обязательность (точность) поставки	1	3,00	2,00	1	3	0,670
Качество поставок	0,333333	1	2,00	0,50	2,00	0,025
Срок поставки	0,5	0,5	1	0,50	1,00	0,005
Информационная готовность	1	2	2	1	2	0,298
Гибкость	0,333333	0,5	1	0,5	1	0,003

Таблица 5

## Интегральные весомости вариантов организации сервиса

	Обслуживание производителем	Выполнение работ персоналом ФГУП РТРС	Выполнение работ посредниками	Обслуживание специализированной фирмой
Обязательность (точность) поставки: 0,670	0,190	0,762	0,024	0,024
Качество поставок: 0,025	0,371	0,583	0,029	0,017
Срок поставки: 0,005	0,471	0,471	0,029	0,029
Информационная готовность: 0,298	0,770	0,193	0,036	0,001
Гибкость: 0,003	0,019	0,327	0,327	0,327
Интегральные весомости вариантов организации сервиса $w_i, i = 1, \dots, 4$	<b>0,371</b>	<b>0,583</b>	<b>0,029</b>	<b>0,017</b>

Таким образом, впервые на основе системно-объектного (а не процессного) подхода разработан регламент процесса управления закупками, выполняемый отделом закупок ПСО, на основе визуальной графоаналитической модели сервисного обслуживания РТРС с учетом формализации ее построения. При этом предложен метод рационализации (регламентации) маршрутов доставки средств обслуживания на склады филиалов РТРС, а также методика классифицирования и распределения сервисных работ.

Кроме того, предложен метод поддержки принятия решений на основе экспертных оценок для выбора варианта организации логистической системы сервисного обслуживания с учетом логистического аутсорсинга, который представляет собой метод анализа иерархий с использованием матриц парных сравнений. При этом предложен вариант набора критериев (требований к логистическому сервису) и набор альтернатив (вариантов организации логистики сервиса).

## Литература

1. Трубицин С.Н. О задаче создания логистической системы сервисного обслуживания телерадиовещательной сети // Научные ведомости БелГУ. Серия «Информатика и прикладная математика». – 2006. – № 2(31), вып. 3. – С. 98-106.
2. Маторин С.И., Трубицин С.Н. Проектирование логистического сервисного обеспечения телерадиовещательной сети на основе системного подхода «Узел-Функция-Объект» // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. №2, 2007. С. 150-159.



3. *Маторин С.И., Зимовец О.А., Трубицин С.Н.* Визуальные графоаналитические модели для представления знаний о сервисном обслуживании телерадиосети // «Искусственный интеллект и принятие решений». – М. – 2008. – №3. – С. 34-45.
4. *Трубицин С.Н., Маторин С.И., Зимовец О.А., Жихарев А.Г.* Формализация системно-объектных визуальных моделей сервисной службы телерадиосети // Научные ведомости БелГУ. Сер. Информатика. – №17(57). – Выпуск №8 - 2008. – С. 38-47.
5. *Елиферов В.Г., Репин В.В.* Бизнес-процессы: Регламентация и управление. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 319 с.
6. *Модели и методы теории логистики: 2-е изд. / Под ред. В.С. Лукинского.* – СПб.: Питер, 2007. – 448 с.
7. *Трубицин С.Н., Маторин С.И.* Разработка инфологической модели сервисного обеспечения телерадиовещательной сети // Вопросы радиоэлектроники. Сер. РЛТ. №4 , 2007. С. 155-165.
8. *Жуляков Е.Г., Щербинина Н.В.* Модели и методы системного анализа в экономике. – Белгород: БелГУ, 2006 – 140 с.
9. *Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н.* Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2004 – 465 с.

## DEVELOPMENT OF METHODS AND TECHNIQUES OF REGULATORY LOGISTIC SYSTEM SERVICE TELERADIOSETI AND EVALUATING ITS EFFECTIVENESS

S.N. TRUBITSIN

*Federal state-owned enterprise  
"Russian television and radio  
broadcasting network"*

*e-mail: matorin@bsu.edu.ru*

The results of decision of row of practical tasks are examined on organization of service of television and broadcast network on the basis of system-objective model: regulation of business-process of management and routes of delivery of facilities of service purchases; method of classification and distributing of service works; and also method of support of making a decision on the basis of expert estimations for the choice of variant of organization of the logistic system of service taking into account outsourcing.

Keywords: service of television and radio networks, system-objective approach, business-process of management purchases, method of expert evaluation, method of analysis of hierarchy.

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТРЕНАЖЁРНЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ОБРАБОТКОЙ ДАННЫХ

**А.Н. ПРИВАЛОВ**

*ФГОУ ВПО Тульский  
артиллерийский  
инженерный институт*

*e-mail: alexandr\_prv@rambler.ru*

Предлагается подход к оценке эффективности функционирования тренажёрных систем, спроектированных на основе систем с распределенной обработкой данных. Показаны примеры зависимостей показателей эффективности от технической реализации системы.

Ключевые слова: тренажёрная система, система с распределенной обработкой данных, информационные процессы, показатель эффективности тренажёрных систем.

---

В условиях возрастания возможностей и сложности различного рода технических систем становятся актуальными вопросы подготовки специалистов-операторов по управлению такими системами. Традиционно, тренажеры и тренажёрные системы (ТС) служат основным инструментом подготовки и переподготовки персонала, особенно в военной области.

Оператор должен постоянно и непрерывно развивать сенсомоторные навыки, использование для этого действующих систем, в целом нецелесообразно, и возможно лишь на последних закрепляющих этапах. Связано это с высокой стоимостью проведения натуральных тренировок и невозможностью создания всех реальных ситуаций. Наибольшее распространение в настоящее время получают виртуальные тренажеры. Их компоновка включает в себя системы отображения, которые используются в действующих системах, и системы моделирования основных технических объектов.

Тренажерные системы, построенные для обучения операторов различных систем, предъявляют повышенные требования к адекватности функционирования таких систем в условиях виртуальной обучающей среды.

В настоящее время решение этой проблемы сопряжено с разработкой средств информационной поддержки функционирования динамической обучающей среды. Повышение качества информации, предъявляемой оператору в таких системах, является актуальным и требует учёта ряда факторов, таких как: распределённая обработка данных, жёсткие временные ограничения получения ответа на запрос при принятии решения, большие объёмы данных для визуализации обучающей среды и др.

Распределенные системы обработки информации находят всё большее применение в различных областях человеческой деятельности, в том числе и при подготовке высококвалифицированных специалистов систем «человек-машина», работа которых связана со сложными техническими, опасными для жизни системами. В связи с этим большое внимание уделяется разработке тренажерных систем и комплексов на базе вычислительных сетей. При проектировании и разработке такого рода систем, как правило, используются клиент-серверные технологии.

Распределенные вычислительные системы представляет собой одну из наиболее прогрессивных форм организации работы средств вычислительной техники.

Одной из задач, возникающих при проектировании, разработке и эксплуатации распределенных тренажерных систем и комплексов на основе технологии клиент-сервер, является задача повышения эффективности функционирования вычислительных сетей. Для её разрешения предлагается подход, основанный на методе информационных процессов (ИП).

Функционирование любой тренажёрной системы на основе вычислительных систем с распределенной обработкой данных (СРОД) может быть представлено в виде совокупности взаимодействий пользователей (операторов, руководителей обучения) с системой. С формальной точки зрения любое такое взаимодействие можно отобразить в виде последовательности этапов передачи и обработки информации.

Передача информации осуществляется по каналам передачи данных, связывающим отдельные узлы СРОД, а также по каналам обмена данными ЭВМ, размещаемых в узлах системы. Обработка информации осуществляется серверами (рабочими станциями) в узлах СРОД.

Будем называть последовательность этапов передачи и обработки информации на средствах СРОД, инициируемую при реализации заявки пользователя на выполнение запрашиваемых от системы информационно-вычислительных работ (ИВР), информационным процессом.

Количественные характеристики ИП могут быть получены на основе характеристик составляющих его этапов. Поскольку в любой ТС число видов ИВР, число обслуживаемых пользователей лиц и количество ресурсов ограничены, все возможные информационные процессы могут быть перенумерованы. Множество таких информационных процессов  $M_i = \{i\}$  – конечно.

При этом полагаем, что каждый этап  $A_{ij}$  связан лишь с одним ресурсом – критическим ресурсом, т.е. таким, учет которого является существенным при совместной реализации информационных процессов. Влияние некритических ресурсов может быть учтено косвенно, например, путем задания предельного числа одновременно реализуемых на критическом ресурсе информационных процессов.

Каждый этап  $A_{ij}$  определяется временем использования  $j$ -го ресурса  $B_{ij}$ , характеризуемым функцией распределения  $B_{ij}(t)$  и набором вероятностей обращения к другим ресурсам системы (выхода на последующие этапы) после завершения  $A_{ij}$ :

$$Q_{ij} = \{ Q_{ijk} \}, k = \overline{1, J}.$$

При этом в общем случае значение  $Q_{ijk}$  может отличаться от нуля:

$$\sum_{k \in J} Q_{ijk} = 1.$$

Каждый информационный процесс связывается с определенным пользователем, его инициирующим, и характеризуется множеством наборов этапов, в котором определяются начальный  $A_{ijn}$  и конечный  $A_{ijk}$  этапы, причем конечных этапов может быть несколько. Следовательно, совокупность всех возможных информационных процессов характеризует не только ТС, но и её пользователей.

Отдельные информационные процессы могут иметь достаточно сложную структуру, что затрудняет исследование соответствующих совокупностей информационных процессов. В интересах упрощения такого исследования целесообразно провести декомпозицию информационных процессов по уровням их представления с выделением уровней:

- вычислительной сети;
- сервера (рабочей станции) сети;
- устройства сервера (рабочей станции).

Тренажёрные системы, как и любые сложные системы, предназначены для выполнения некоторого круга информационно-вычислительных работ и имеют вполне определенные цели и задачи. В этом свете качество информационных технологий проектирования СРОД, на базе которых строится данная ТС должно оцениваться с помощью показателей эффективности, т.е. характеристик, определяющих степень приспособленности ТС к решению возложенных на неё задач.

Показатель эффективности должен учитывать все основные особенности и свойства системы и условия её функционирования, а, следовательно – должен зависеть, в общем случае, от параметров входящих потоков заявок на выполнение информационно-вычислительных работ, характеристик выполняемых ИВР, структуры и па-



раметров ТС, а также параметров, характеризующих воздействия внешней среды, например, потоки выхода из строя технических и программных средств системы. Тем самым показатель эффективности определяется процессом функционирования системы, т.е. является функционалом от процесса функционирования, так что множество процессов функционирования, различающихся условиями и режимами работы, отображается на множестве значений показателя эффективности.

Таким образом, показатель эффективности информационных технологий проектирования и функционирования ТС в общем случае может быть представлен в виде некоторой зависимости типа:

$$F = F(N, M, S, V),$$

где  $N$  – множество параметров входящего в систему потока заявок на выполнение информационно-вычислительных работ (число и интенсивности составляющих поток заявок разных классов, типы и параметры законов распределения интервалов времени между моментами поступления различных заявок и т.п.);

$M$  – множество параметров, характеризующих отдельные информационно-вычислительные работы, связанные с реализацией заявок соответствующих классов, и определяющих потребные затраты ресурсов системы при выполнении этих ИВР;

$S$  – множество системных параметров, определяющих состав и структуру ТС, характеристики отдельных средств системы, алгоритмы управления ИП в системе и другие системные параметры;

$V$  – множество параметров, характеризующих воздействия внешней среды посредством задания потоков выхода из строя компонентов системы под воздействием внешних факторов.

В свою очередь функционирование ТС связано с реализацией совокупности взаимодействующих процессов передачи и обработки информации, т.е. определяется совокупностью взаимодействующих информационных процессов. При этом элементы множеств  $N$  и  $M$  позволяют определять для каждого заданного набора  $S$  параметры отдельных информационных процессов, рассматриваемых изолированно, а элементы  $S$  и  $V$  могут быть использованы для характеристики взаимодействия ИП при их совместной реализации в реальной системе. Отсюда следует, что оценка эффективности информационной технологии ТС может быть сведена к оценке качества организации выполнения ИП в системе в целом.

Для сложных систем, к которым относятся ТС невозможно выделить единственный показатель эффективности, позволяющий охарактеризовать все интересующие пользователей аспекты функционирования системы. Любой частный показатель, являющийся характеристикой некоторых аспектов функционирования ТС, может быть рассчитан по результатам анализа совокупности взаимодействующих ИП, отображающих процесс функционирования системы.

Рассмотрим в качестве иллюстрации совокупность показателей эффективности, используемую для оценки функционирования тренажерной системы:

- оперативность управления технической системой;
- качество отработки управленческих решений;
- устойчивость управления технической системой;
- защита от несанкционированного доступа.

В качестве показателей оперативности управления в ТС обычно выступают оценки средних значений времени цикла управления  $t_u$ , сбора и анализа данных систем индикации  $t_{cb}$ , доведения информации определенного вида  $r$  от источника  $p$  до потребителя  $q$  –  $t_{rpq}$  и т.п., а так же соответствующие вероятности:

$$P(\tau_u < \tau_u^{KP}); P(\tau_{cb} < \tau_{cb}^{KP}); P(\tau_{rpq} < \tau_{rpq}^{KP}).$$

Пусть  $t_i$  есть время реализации  $i$ -го ИП.

Тогда

$$\tau_u = \tau_u(t_1, t_2, \dots, t_i), \tau_{cb} = \tau_{cb}(t_1, t_2, \dots, t_i), \tau_{rpq} = \tau_{rpq}(t_i),$$



т.е. эти величины могут быть вычислены на основе характеристик отдельных ИП при их совместной реализации, а также характеристик совокупностей ИП. Аналогичное справедливо и в отношении вероятностных показателей оперативности управления [1].

Показатели, характеризующие качество управления и выражающие такие понятия, как степень автоматизации рутинных функций управления ( $Q$ ) и уровень автоматизированной поддержки творческих функций управления ( $P$ ) могут быть получены на основе анализа состава ИП, реализуемых в системе, т.е.

$$Q = Q(M_i); \quad P = P(M_i).$$

Таким образом, и эта группа показателей отображается с помощью совокупностей ИП, протекающих в тренажёрной системе.

Показатели, связанные с характеристиками устойчивости и защиты от несанкционированного доступа и определяющие такие понятия, как надежность системы управления, возможность и время передачи управления, могут быть рассчитаны на основе оценки снижения качества и оперативности управления при выходе из строя отдельных элементов системы, т.е. путем анализа соответствующих совокупностей ИП и сопоставления значений показателей, указанных выше.

Следовательно, в конечном счете, показатели эффективности информационных технологий тренажёрных систем определяются характеристиками ИП и их совокупностей, а последние зависят от множества принятых решений по построению и организации функционирования ТС. Метод информационных процессов позволяет проводить оценку указанных решений и поиск наиболее рациональных из них, т.е. может служить основой для построения соответствующих методов анализа и синтеза информационных технологий ТС.

Например на уровне сервера (рабочей станции) продолжительность ИП зависит от затрат на обмен информацией с ВЗУ. Последние же определяются тем, в какой памяти хранятся данные и программы, необходимые для выполнения соответствующих ИВР. Это показано на рис.1, где приведены граф-схемы информационных процессов и временные диаграммы их выполнения для варианта размещения информации в оперативной памяти (ИП<sub>1</sub>) и в памяти прямого доступа (ИП<sub>2</sub>). Видно, что количество этапов ИП и их продолжительности, т.е. на обмен информацией определяются типом используемого ЗУ.

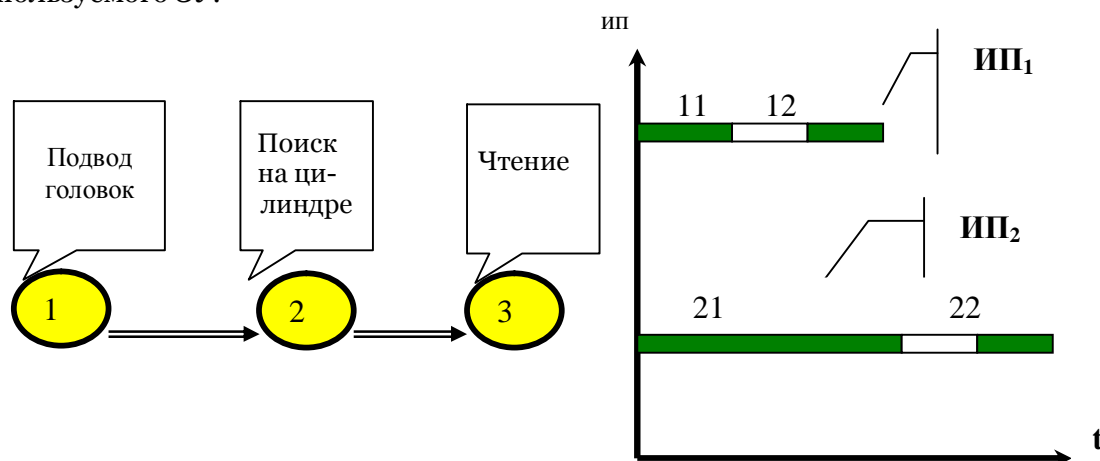


Рис.1 . Граф-схема и временные диаграммы ИП

Для уровня устройства узла продолжительность ИП определяется, в основном, затратами на поиск информации.



Таким образом, продолжительность информационных процессов на каждом из уровней их представления связана с затратами на передачу и обмен информацией и на её поиск. Чем выше затраты, тем больше, в среднем, продолжительность информационного процесса. Величина этих затрат является переменной и зависит от принятых решений по построению и организации функционирования тренажёрных систем в рамках выбранной информационной технологии.

Другим важным фактором, определяющим функционирование тренажёрных систем, является управление совместной реализацией информационных процессов [2, 3]. Существо этого управления заключается в предоставлении в конфликтных ситуациях приоритета в использовании ресурсов системы определенным информационным процессам за счет других ИП. При этом приоритет информационных процессов связывается либо с их относительной важностью, либо с величиной запроса на ресурс. В первом случае приоритет предоставляется более важным информационным процессам, так что время их реализации сокращается. В данной ситуации, естественно, увеличивается время реализации менее важных задач. Однако это не имеет существенного значения в силу того, что связанные с этим потери меньше соответствующих потерь для важных задач.

Во втором случае предоставление приоритета информационному процессу с малым запросом на ресурс позволяет осуществить параллельное выполнение ИП, и тем самым увеличить пропускную способность системы.

Таким образом, возникает группа оптимизационных задач, связанных с распределением информации для хранения и обработки в тренажёрной системе. Подобные задачи решаются в процессе проектирования и начальной настройки системы, т.е. в условиях, которые можно полагать статическими, и поэтому являются задачами статической оптимизации информационных процессов.

Задачи такого рода могут быть сформулированы в терминах математического программирования. Общая их формулировка может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} W(x_1, x_2, \dots, x_n) &\rightarrow \min \\ &\{x_i\} \\ a_i(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq A_i, i = \overline{1, R}, \\ b_i(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq B_i, i = \overline{R+1, M}. \end{aligned}$$

Здесь :

$W(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – определяет затраты на реализацию совокупности информационных процессов, выражаемые объемом «накладных расходов» на организацию и выполнение обмена и передачи информации и на её поиск;

$a(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – выражения оперативных требований к системе (по оперативности, живучести и т.п.);

$b(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – выражения, обеспечивающие учет реальных условий функционирования ТС и её элементов (ограничения по памяти, по быстродействию и т.п.).

Переменные величины  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  являются дискретными (булевыми) и могут определять не только собственно распределение информации по серверам сети, но и, в общем случае, состав и структуру вычислительной сети тренажёрной системы.

#### Литература

1. Балыбердин В. А. Оценка и оптимизация характеристик систем обработки данных. – М.: Радио и связь, 1987. – 176 с.
2. Янбух Г. Ф., Столяров В. А. Оптимизация информационно-вычислительных сетей. – М.: Радио и связь, 1987. – 230 с.
3. Авен О. И., Гурин М. М., Коган Я. Д. Оценка качества и оптимизация вычислительных систем. – М.: Наука, 1982. – 464 с.



## PERFORMANCE EVALUATION OF VIRTUAL TRAINING SYSTEM WITH DIDTRIBUTED DATA PROCESSING

A.N. PRIVALOV

*Tula artillery engineering  
institute*

*e-mail: ale-  
xandr\_prv@rambler.ru*

Estimation efficiency functioning of Virtual training systems with distributed data processing. Examples of dependences of parameters efficiency from technical system realization are considered.

Key words: Virtual training systems, system with distributed data processing, measures of efficiency Virtual training system,

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ БИЗНЕСА С ПОМОЩЬЮ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

**А.Г. ЖИХАРЕВ**  
**С.И. МАТОРИН**  
**М.В. МИХЕЛЕВ**  
**Н.В. ЦОЦОРИНА**

*Белгородский  
государственный  
университет*

*e-mail: matorin@bsu.edu.ru*

Рассматриваются проблемы и перспективы формализованного описания бизнеса с помощью визуальных графоаналитических моделей. Обсуждаются результаты развития оригинальной технологии моделирования «Узел-Функция-Объект». Строятся визуальные модели процессов управления наружным освещением, а также финансовых процессов с помощью нотации BPMN.

Ключевые слова: визуальное графоаналитическое моделирование, УФО-технология, автоматизация построения диаграмм, BPMN, управление наружным освещением, финансовые процессы.

---

### Введение

Любые организации, выходя на рынок или уже функционируя на нем, сталкиваются с очень серьезной для них проблемой – конкуренцией. Чтобы преодолеть данную проблему им необходимо непрерывно улучшать свой бизнес, развивать новые отрасли своей деятельности, т.е. проводить непрерывную реорганизацию своего бизнеса, так как жесткая структура бизнеса в настоящее время не жизнеспособна. С другой стороны, по причине той же конкуренции, любая организация не может функционировать без четкого описания своего бизнеса в виде должностных инструкций и положений о подразделениях. Это обеспечивается путем проведения регламентации бизнеса. Регламентация означает создание документации, определяющей ход, результаты процессов и порядок управления ими. Регламентация процессов начинается с определения того, какие процессы должны быть регламентированы. Затем проводится документирование процесса, его входов, выходов и подпроцессов по заранее разработанному шаблону. Регламентация необходима для более точного и корректного описания процесса, что позволит создать или откорректировать должностные инструкции, закрепить ответственность, укрепить нормативную базу организации.

Эта двухсторонняя и противоречивая по своей сути задача (обеспечение возможности непрерывной реорганизации бизнеса при эго постоянной четкой регламентации) может быть решена только путем формализации бизнеса. Поэтому формализация бизнеса, в настоящее время, является бурно развивающейся отраслью организационного проектирования и управленческого консультирования. С одной стороны, формализованные бизнес-процессы легче изменять и модернизировать, а, с другой стороны, формализация процессов позволяет четко определить правила работы сотрудников и подразделений. Кроме того, формализация бизнес-процессов является хорошей основой для последующей автоматизации бизнеса в организации.

В качестве основного средства формализации бизнеса используются компьютерные визуальные графоаналитические модели, так как они являются достаточно формальным описанием, позволяющим пошагово определять виды действия, участников и результаты, а также легко понимаемы всеми участниками бизнеса. При этом применяется несколько методологий и технологий такого моделирования, составляющих популярную информационную технологию, начавшую свое развитие в рамках так называемой CASE-технологии. Все они обладают как некоторыми достоинствами, так и определенными недостатками. Поэтому актуальной задачей является как применение существующих технологий и инструментов моделирования для решения практических задач бизнеса, так и разработка новых оригинальных методов и инструментов графоаналитического моделирования бизнеса.

### **Развитие новой технологии моделирования «Узел-Функция-Объект»**

Одним из оригинальных инструментов графоаналитического моделирования является среда проектирования бизнеса «UFO-toolkit» [1]. Данный инструмент автоматизирует применение нового системного подхода к моделированию бизнеса «Узел-Функция-Объект» [2]. «UFO-toolkit» отличается от подобных ему инструментов тем, что осуществляет частичную автоматизацию построения диаграмм (моделей систем в терминах «узел», «функция» и «объект», т.е. «УФО-диаграмм» или «УФО-моделей») за счет хранения ранее созданных элементов диаграмм («УФО-элементов») в специальной библиотеке – репозитории.

Первоначальная организация данной библиотеки не лишена недостатков [3]. Например, отсутствовала возможность группового моделирования бизнеса, за счет автоматического обмена наработанными знаниями в рассматриваемой области. Это связано с тем, что УФО-элементы хранились в библиотеке, которая встроена в файл проекта. Поэтому разработчик модели мог пользоваться только свои наработанные ранее знания в данной области. Чтобы воспользоваться наработками другого специалиста приходилось, как минимум, пересылать файлы проектов по электронной почте.

Для более эффективного обеспечения компонентного подхода к моделированию и проектированию организационных систем была разработана специальная база знаний (БЗ) для хранения знаний о деятельности различных организационных единиц. Данная БЗ позволяет централизованно хранить произвольные части УФО-диаграмм и, соответственно, осуществлять удобный обмен знаниями между пользователями. Для обеспечения взаимодействия с БЗ из «UFO-toolkit» спроектирован и реализован модуль управления БЗ, являющийся в настоящее время составной частью программного пакета «UFO-toolkit» [4].

В общих чертах функционирование модуля управления БЗ представляет собой следующую процедуру. Для помещения УФО-элементов в БЗ, они передаются в модуль управления. В случае успешного сохранения элементов в БЗ пользователю возвращается уведомление об этом. Если же пользователь выбирает УФО-элемент для последующего использования, то для поиска передается информация о требуемом УФО-элементе и в результате пользователю возвращаются искомым УФО-элемент.

При передаче УФО-элемента он анализируется на вложенность, так как УФО-элемент может содержать в себе другие УФО-элементы, которые так же необходимо сохранить в БЗ. После проверки, если УФО-элемент оказался простым, то он передается далее, иначе сложный УФО-элемент передается на декомпозицию, т.е. отделение дочерних УФО-элементов от родительских. После отделения дочерних УФО-элементов от родителя, каждый из них передается на повторный анализ на вложенность, так как дочерние УФО-элементы так же могут содержать в себе иерархию УФО-элементов и так до тех пор, пока все УФО-элементы не будут простыми. Далее простой УФО-элемент проверяется на повторяемость, так как может возникнуть ситуация, когда пользователь попытается сохранить УФО-элемент, который уже присутствует в БЗ. После выполнения всех вышеописанных действий, готовый к сохранению УФО-элемент обрабатывается функцией, которая формирует запрос на его помещение в БЗ.

Похожим образом происходит процесс выборки, только в данном случае при выборке элемента из БЗ, он анализируется на содержание в нем дочерних УФО-элементов и, если они есть, то формируются запросы на их выборку из БЗ. В итоге, собранный УФО-элемент возвращается пользователю для дальнейшего использования в моделях. При выборке УФО-элементов из БЗ, каждый элемент анализируется на соответствие свободным портам диаграммы, в которую он должен быть добавлен.

В исходной версии организации библиотеки анализ соответствия УФО-элементов диаграмме проводился только с учетом количества входящих и выходящих связей, т.е. элементы анализировались количественно, но не качественно. Т.е. если, например, пользователь моделировал деятельность некоторого финансового отдела, то при выборке УФО-элементов, инструмент предлагал пользователю, в том числе элементы, относящиеся к другой предметной области.

Адекватность выборки УФО-элементов с учетом новой организации БЗ повышена за счет модификации базовой классификации связей в инструменте. В базовой классификации связи делятся на классы по содержанию, т.е. на материальные и информационные связи, а затем на вещественные и энергетические, а также на управляющую информацию и данные. Однако при анализе УФО-элементов для выборки целесообразно анализировать те связи, которые, непосредственно, являются входными и выходными. Поэтому базовая классификация была дополнена еще одной плоскостью классифицирования связей по признаку «важности» (см. рис.1).

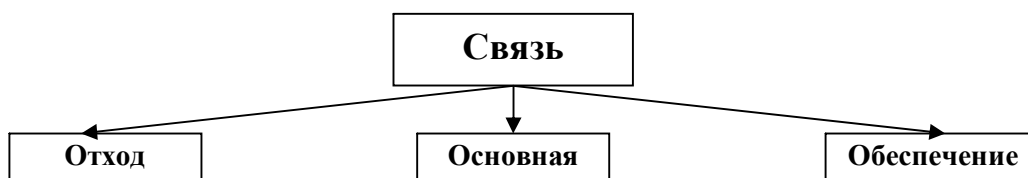


Рис. 1. Классификация связей по признаку «важность».

Для проверки функционирования модуля управления БЗ была построена тестовая модель процесса изготовления изделия (рис. 2).

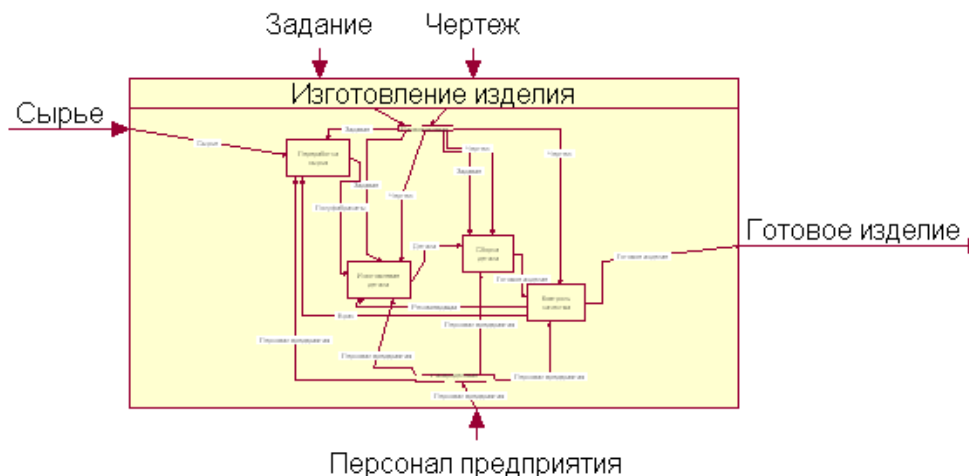


Рис. 2. Тестовая модель процесса изготовления изделия (контекст в стиле IDEF0)

После построения модели она была сохранена в БЗ. Причем при сохранении модели все ее составляющие классифицировались по типу выполняемой работы и каждой присваивался специальный идентификатор соответствующего класса. Далее в модели изготовления изделия (на диаграмме декомпозиции) был удален один из элементов, и после чего осуществлена выборка (см. рис. 3).

Слева на рисунке 3 представлен перечень выбранных элементов с процентным соответствием свободным портам на диаграмме. Хорошо видно, что выбраны лишь те элементы, которые подходят не только по количеству свободных портов, но и по их качеству, т.е. видно, что УФО-элементы, работающие, например, с информацией в данный перечень не попали. После выборки УФО-элементов можно осуществить автоматическую сборку, при которой все возможные связи соединяются автоматически. Результат вставки элемента со 100% соответствием диаграмме представлен на рис. 4.

В результате создания модуля управления БЗ, реализован новый способ хранения и систематизации знаний, представляемых с помощью подхода «Узел-Функция-Объект». В последствии реализована новая версия инструмента «UFO-toolkit», в которой обеспечен компонентный подход к проектированию организационных систем, а так же повышена степень адекватности выборки УФО-элементов. С помощью новой версии инструмента специалисты в области проектирования могут автоматически об-



меняться своими ранее наработанными знаниями в различных предметных областях. В перспективе планируется размещение реализованной базы знаний в сети Internet для централизованного обмена знаниями и наполнение ее базовыми конструкциями.

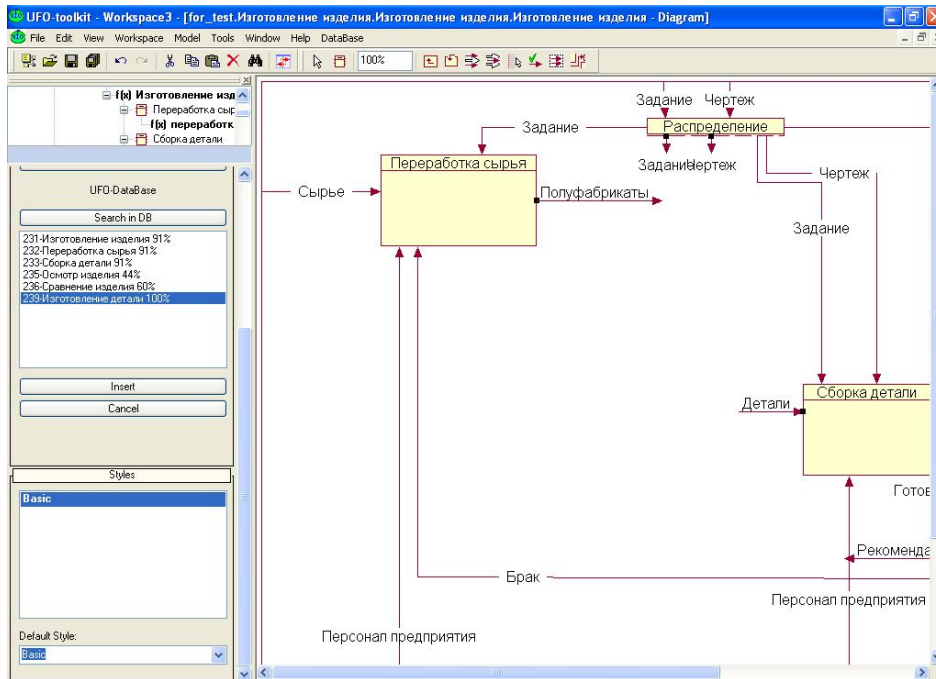


Рис.3. Процесс выборки УФО-элементов

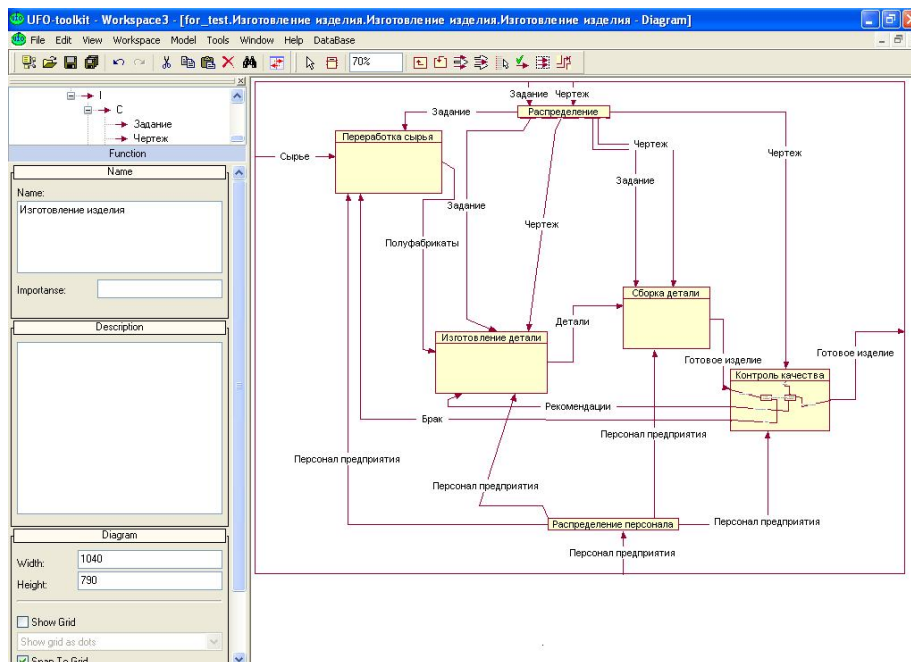


Рис.4. Результат автоматической сборки УФО-диаграммы

### Графоаналитическое моделирование управления наружным освещением

Сегодня российская энергетика находится на пороге преобразований. В перспективе создание конкурентного рынка электроэнергии, что, безусловно, ужесточит



требования к оперативности и качеству принимаемых решений по управлению как производственными процессами, так произведенными ресурсами. В этой связи эффективное управление энергетическими мощностями и распределением энергии имеет очень большое значение. Повышение эффективности работы генерирующих мощностей, а также установление оптимальных режимов распределения имеют большое значение и позволяют снизить стоимость энергии для потребителя, а также получить максимальный сбыт продукции.

В такой ситуации одним из приоритетных направлений совершенствования режимов управления объектами энергетики является построение современных автоматизированных систем управления производственными процессами (АСУТП), в том числе такими как:

- организация управления уличным освещением;
- оперативный контроль состояния объектов уличного освещения;
- эффективный учет энергопотребления.

Сети уличного освещения издавна имели организацию в виде древовидной структуры, в узлах которой располагались пункты включения (ПВ). Способ включения освещения для такой структуры получил название "каскадного управления". При каскадном управлении сигналом на включение линий освещения, отходящих от пункта включения (обычно таких линий 5-7 на пункт включения), является появление соответствующего напряжения на конце линии, запитанной от предыдущего ПВ и подключенной к текущему ПВ.

Обобщенная схема системы каскадного управления наружным освещением представлена на рисунке 5, где ДП – диспетчерский пункт, ГПВ – головной пункт включения освещения, управляемый обычно с диспетчерского пункта по паре выделенных телефонных проводов. К концу одной из силовых линий освещения, отходящих от ГПВ, подключается каскадный пункт включения освещения (ПВ или КПВ). Несколько каскадных ПВ подключенных последовательно к ГПВ, образуют каскадный шлейф управления или каскад. Цифрой 4 на рисунке специально обозначены счетчики электроэнергии, установка которых на ГПВ и ПВ получает все более широкое распространение.

Наличие различных подходов к проектированию автоматизированной системы управления наружным освещением (АСУНО), отсутствие в настоящее время стандартизации в этой области делает актуальной задачу формирования комплекса требований к составу функций, предъявляемых к АСУНО. По мнению авторов к основным функциям управления наружным освещением относятся:

- адресное управление и диагностика любого пункта включения;
- эффективный учет энергопотребления;
- использование беспроводных каналов связи;
- исключение влияния человеческого фактора;
- использование информационно-аналитической системы в качестве автоматизированного рабочего места диспетчера.

Данная функциональность обеспечивается путем формализации процессов управления наружным освещением с помощью визуальных моделей [5]. Моделирование бизнес-процессов, в рамках управления уличным освещением, позволяет определить не только, как производится мониторинг и диагностика сетей, управление переключениями и учет энергопотребления, но и как организованно взаимодействие генерирующих компаний с конечными плательщиками электрической энергии. Также моделирование бизнес-процессов это эффективное средство поиска путей оптимизации, средство прогнозирования и минимизации рисков, возникающих на различных этапах управления наружным освещением.

Для описания бизнес-процессов управления наружным освещением используем спецификацию BPMN (Business Process Modeling Notation). Эта спецификация разработана организацией Business Process Management Initiative (BPMI) в 2001-2004 годах с учётом множества ранее существовавших нотаций. Основной целью данной раз-



работки было получение нотации, легко понимаемой всеми пользователями: от бизнес-аналитика, создающего первые наброски описаний процессов, до технических специалистов, отвечающих за реализацию этих процессов, и, наконец, до людей бизнеса, которые управляют этими процессами и контролируют их работу.

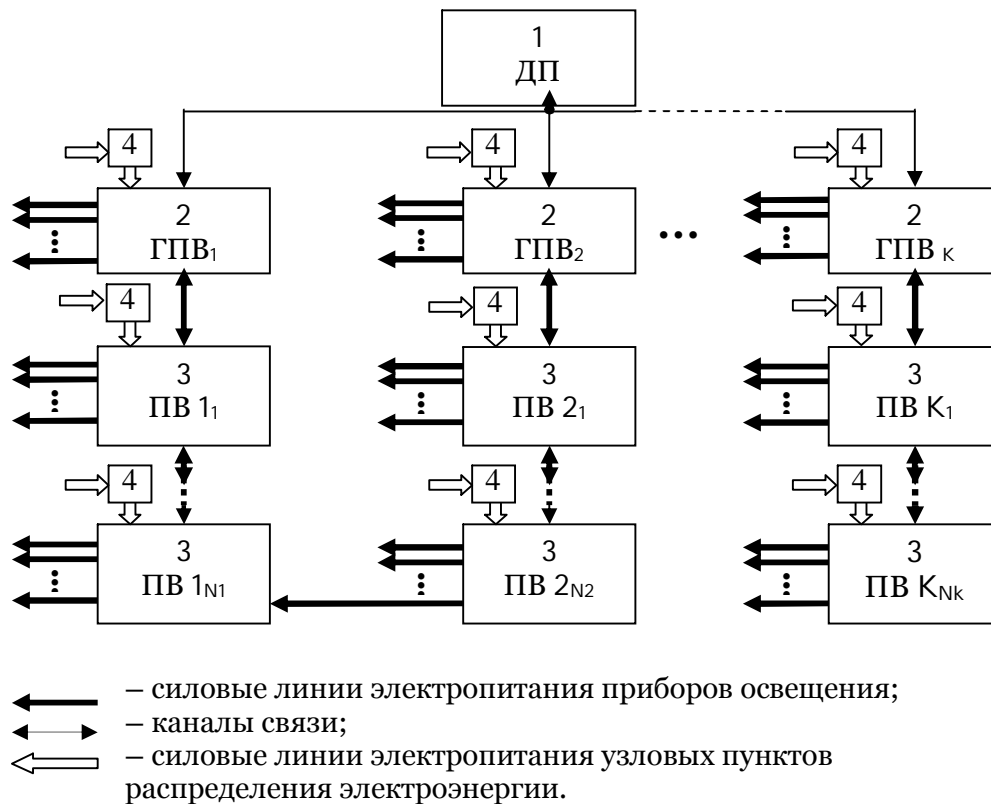


Рис. 5. Обобщенная схема системы каскадного управления наружным освещением

На рис. 6 представлен бизнес-процесс, описывающий в общем виде, процедуру выполнения переключений освещения в шкафу управления (ШУ). Диспетчеру АСУНО поступает заявка на выполнение переключения ШУ. Диспетчер обрабатывает заявку, выполняет поиск ШУ в системе и осуществляет удаленное переключение ШУ по команде. В случае успешного выполнения команды, приходит подтверждение о выполненном переключении.

Перспективность нотации BPMN обусловлена существованием движка BPM Engine, позволяющего визуализировать функционирование моделируемой в терминах BPMN системы. Кроме того, использование данной нотации позволяет применить для формализации моделируемых процессов более строгий, т.е. математический, формализм в виде алгебраического аппарата «пи-исчисления» (исчисления процессов) Милнера.

На основе анализа существующих систем управления освещением и способов их разработки сформулирована задача создания нового метода проектирования АСУНО, обладающей заданной функциональностью, с помощью предложенных выше средств формализации бизнес-процессов: нотации BPMN и алгебраического аппарата исчисления процессов.

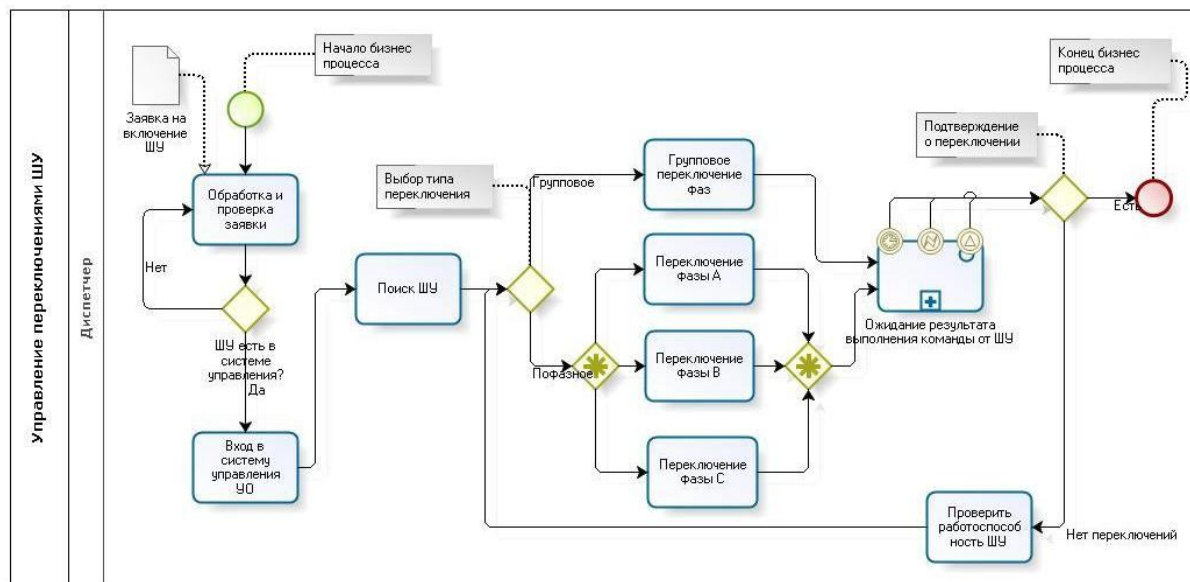


Рис. 6. Бизнес процесс – Управление переключениями шкафа управления

### Графоаналитическое моделирование финансовых процессов

Еще одним важным направлением формализации бизнеса является формализация банковских бизнес-процессов, которая на сегодняшний день представляет собой ключевой фактор успеха любого банка. Уровень формализованности бизнес-процессов непосредственно влияет на операционную и стратегическую эффективность деятельности банка и в итоге на показатели ее прибыльности.

Низкий уровень формализованности процессов банка приводит к слабой осведомленности персонала о правилах деятельности, так как при этом отсутствует четкое распределение ответственности между сотрудниками и подразделениями. Это, в свою очередь, приводит к несовершенству бизнес-логики процессов и несоответствию ее реальным требованиям. Кроме того, следствием низкого уровня формализованности деятельности является слабая автоматизированность бизнес-процессов. В результате этого в банке, как правило, имеют место следующие проблемы:

- снижение удовлетворенности клиентов;
- длительное время и большие издержки выполнения бизнес-процессов;
- низкое качество оказания услуг;
- ошибки в работе сотрудников;
- неудовлетворенность сотрудников и конфликты;
- увольнение ключевых сотрудников.

Высокий уровень формализованности процессов позволяет избежать отмеченных выше проблем. В результате хорошего описания бизнеса банк получает следующие преимущества:

- прозрачность, управляемость и контролируемость деятельности банка на всех уровнях;
- снижение времени исполнения процессов и издержек, повышение качества и эффективности бизнеса;
- возможность тиражировать бизнес (создавать дополнительные отделения и офисы);
- уменьшение зависимости от персонала;
- повышение лояльности и удовлетворенности клиентов банка.

Формализация банковских бизнес-процессов, как и любых других, может осуществляться с использованием разных методологий и нотаций [6]. Наиболее современной и стандартизованной является уже упоминавшаяся нотация BPMN.

Пример модели в данной нотации, например, банковского процесса кредитования представлен на рис. 7.

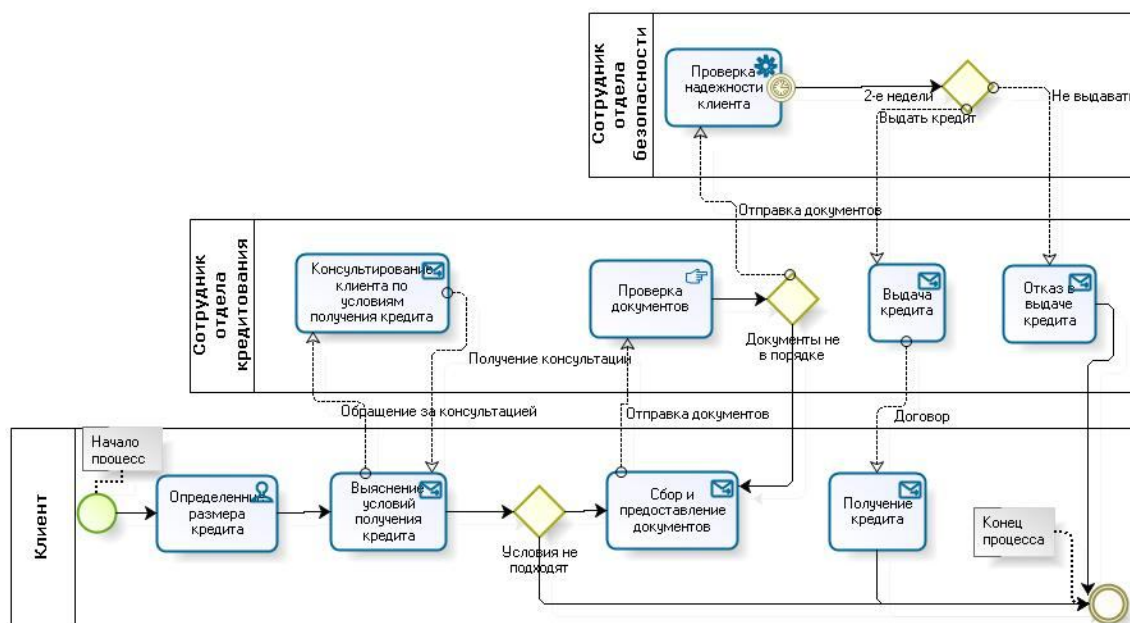


Рис. 7. Бизнес процесс – Выдача кредита

Формализованное описание бизнес-процессов позволяет проводить их оптимизацию, проектировать новые процессы, оптимизировать оргструктуру, совершенствовать систему управления банком. Оптимизация бизнес-процессов обычно включает в себя:

- изменение бизнес-логики процесса (добавление, удаление, реструктуризация процедур);
- переработка форм документов, нормативных документов, входов-выходов процесса;
- перераспределение ответственности и исполнителей.

## Заключение

Приведенные примеры показывают перспективность формализации бизнеса с помощью средств визуального графоаналитического моделирования. При этом подтверждается актуальность развития оригинальной технологии моделирования в терминах «Узел-Функция-Объект» с использованием собственного инструментального средства «UFO-toolkit», так как данная технология обладает рядом полезных свойств (например, возможность автоматизации построения моделей), отсутствующих у других технологий. Кроме того, практически полезным и наукоемким в настоящее время является разработка визуальных графоаналитических моделей с помощью спецификации BPMN, так как данная спецификация предусматривает возможность имитации исполнения бизнес-процессов, а также связана с алгебраическим аппаратом «писчисления».

## Литература

1. Маторин С.И., Попов А.С., Маторин В.С. Знаниеориентированный VI-инструментарий нового поколения для моделирования бизнеса // Научные ведомости БелГУ. Сер. Информатика и прикладная математика. – №1(21). – Вып. 2. – 2006. – С. 80-91.
2. Маторин С.И., Попов А.С., Маторин В.С. Моделирование организационных систем в свете нового подхода «Узел-Функция-Объект» // НТИ. Сер.2. – N1. – 2005. – С. 1-8.
3. Маторин С.И., Жихарев А.Г. Организация библиотек в CASE – инструментарии мо-



делирования бизнеса «UFO-toolkit» // Труды VII Международной научно-практической конференции «Компьютерные технологии в науке, производстве, социальных и экономических процессах»: Сб. научных трудов. Ч.3. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ). – 2006. – С. 23-28.

4. Жихарев А.Г. Проектирование средств хранения и систематизации информации в среде «UFO-toolkit» // Труды VIII Международной конференции «Кибернетика и высокие технологии XXI века (С&Т 2007)»: Сб. научных трудов. Том 2. – Воронеж. – 2007. – С. 982-989.

5. Михелев М.В., Маторин С.И. Многоагентная система как система UFO-элементов // Труды III Всероссийской молодежной конференции по проблемам управления (ВМКПУ' 2008): Сб. научных трудов. – М. – 2008. – С. 258-261.

6. Цоцорина Н.В. О разработке информационной технологии финансовых вычислений с учетом временного фактора // Материалы VIII Международной научно-технической конференции «Новые информационные технологии и системы»: Сб. научных трудов. Ч.1. – Пенза: ПГУ. – 2008. – С. 264-267.

*Исследования поддержаны грантом РФФИ 08-07-00112*

## FORMALIZATION OF BUZINES WITH HELP OF GRAPHIC-ANALYTICAL MODELS

A.G. ZHIKHAREV  
S.I. MATORIN  
M.V. MIKHELEV  
N.V. TSOTSORINA

*Belgorod State University*

*e-mail: matorin@bsu.edu.ru*

Problems and prospects of formalized description of business are examined by visual graphic-analytical models. The results of development of original technology of design come into a question «Unit-Function-Object». The visual models of processes of management outward illumination are built, and also financial processes by notation of BPMN.

Key-word: visual graphic-analytical design, UFO-technology, automation of construction of diagrams, BPMN, management outward illumination, financial processes.

---

---

# ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

---

---

УДК 519.223.41

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СИСТЕМ

**Маликов С.Н.**  
**Тютин Н.Н.**  
**Чванин О.Н.**  
**Чудинов С.М.**  
**Кривошеев О.Н.**

*ОАО «НИИ супер ЭВМ»*

*e-mail:*  
*chudinov@super-computer.ru*

В статье представлены материалы по возможным методам исследования функциональной надежности в сложных системах связи, какими, являются мультисервисные системы связи. Предложены обобщенные критерии функциональной надежности. Представлены материалы по реализации предложенного метода при создании информационной системы с использованием мультисервисных принципов построения сети связи.

Ключевые слова: функциональная надежность, объект и предмет исследования функциональной надежности, показатели функциональной надежности, расчет показателей функциональной надежности.

---

### Введение

Надежность функционирования сложных систем (сетей) связи, какими являются мультисервисные системы связи (МСС), находится в прямой зависимости от их информационной нагрузки, то есть от параметров потоков заявок, поступающих в систему. Следует отметить важную особенность МСС, существенно влияющую на их функциональную надежность, - наличие в них естественной избыточности (структурной, временной, функциональной). МСС рассчитывается на пиковую нагрузку и в ней предусмотрены свободные ресурсы в случайные интервалы времени функционирования этих сетей. В материалах статьи исследуется функциональная особенность мультисервисных систем на примере мультисервисной сети, действующей в Московском регионе. Представлены материалы аналитического расчета показателей функциональной надежности и методы их обеспечения.

#### **1. Объекты и предмет исследования функциональной надежности**

Объектом исследований традиционной теории надежности являются технические системы или технические устройства, а предметом исследований – процессы отказов и восстановлений этих систем (устройств). Традиционные классические методы

теории надежности ограничиваются расчетами нерезервированных и резервированных систем и не позволяют выбрать рациональную стратегию обеспечения безотказности и восстанавливаемости изделия [6]. Известные методы теории надежности не предназначены для расчетов оценок правильности функционирования сложных систем в целом, сертификации выполнения системой информационных и вычислительных процессов, эффективности применения тех или иных способов защиты от возникающих в системе ситуаций.

Опираясь на общие признаки МСС, а также на анализ характера отказов, сбоев, ошибок операторов, ошибок во входной информации, программных ошибок, характерных для МСС, можно утверждать, что в МСС центр тяжести обеспечения надежности находится в области проблем расчета и обеспечения правильности и своевременности выполнения функциональных задач, а не в области обеспечения безотказности и восстанавливаемости технических средств. Поэтому наряду с обеспечением безотказности и восстанавливаемости технических средств МСС необходимо обеспечивать также функциональную надежность МСС [1]. Предметом исследования при этом являются процессы возникновения, обнаружения и устранения ошибок в выходных и промежуточных результатах работы системы, вызванных собственными и привнесенными извне ошибками, а также связанные с характеристиками потока заявок, поступающих на обслуживание (на выполнение предусмотренных функциональных задач). Обобщенным критерием функциональной надежности можно считать время активного сохранения работоспособности МСС при заданной интенсивности отказов её элементов. Под активным сохранением работоспособности целесообразно понимать возможность противостоять отказам с помощью системы управления работоспособностью сети, в частности, за счет восстановления структуры и функций сети связи, управления потоками, нагрузкой, маршрутизацией и т.д. В качестве конкретного предмета исследования используется формирование мультисервисной сети ведомственности информационной системы с решением задачи мониторинга и управления системной передачей данных с целью обеспечения высокой функциональной надежности информационной системы.

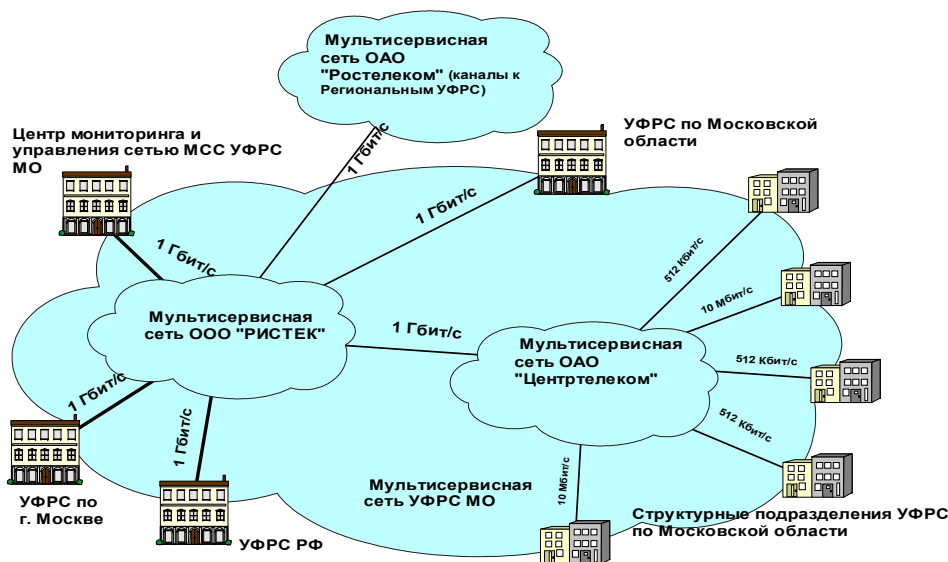


Рис. 1. Структурная схема МСС ведомственной информационной системы УФРС МО

На рис. 1 показана структурная схема МСС ведомственной информационной системы управления федеральной регистрационной службы по московской области (УФРС МО).

Для решения задачи построения МСС были организованы каналы на сетях общего пользования существующих операторов связи, а управления ФРС по Московской области, ФРС России и ФРС по г. Москве были физически соединены отдельными каналами связи на базе ВОЛС. На рис. 2 показана функциональная схема мультисервисной сети созданная в интересах региональных органов Московской области (МСС УФРС МО), и место центра управления этой сетью.

Мультисервисная сеть включает в себя:

- центральный узел связи;
- территориальные (удаленные) узлы связи;
- центр мониторинга и управления МСС;
- физические каналы связи и каналы передачи данных;
- канала арендованные у региональных операторов связи;
- средства взаимодействия.

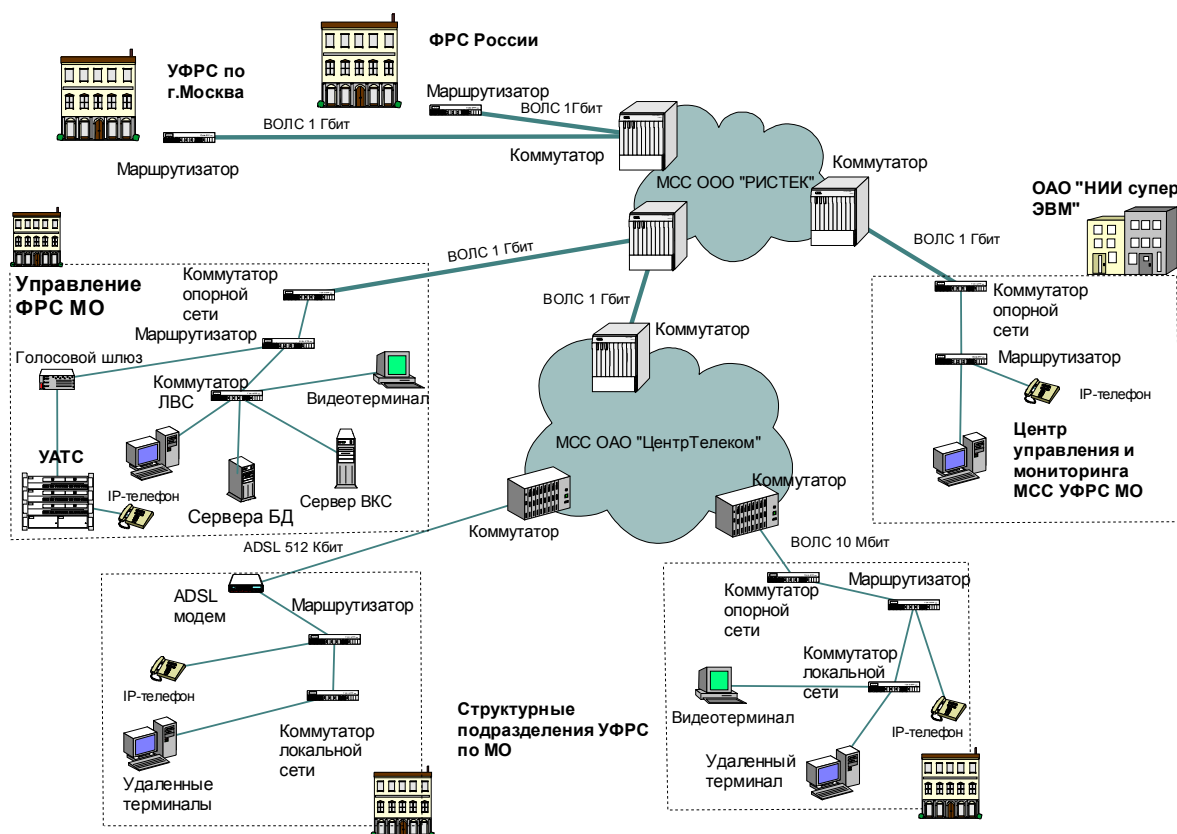


Рис.2. Функциональная схема МСС УФРС Московского региона

Мультисервисная сеть в г. Москве организована с использованием топологии кольца, а в Московской области применяется топология звезды. УФРС по Московской области, УФРС по г. Москве, УФРС России соединены каналами с пропускной способностью 1 Гбит/с. Мультисервисная сеть имеет стык с операторами связи регионов РФ на ММТС-9. Для включения структурных подразделений УФРС по Московской области организованы каналы на базе МСС московского филиала ОАО «ЦентрТелеком».

По результатам проведенного анализа ММС УФРС МО возникают следующие требования к центру мониторинга с позицией функциональной надежности:

- Круглосуточный, непрерывный мониторинг работоспособности каналов передачи данных

- Возможность работать с разными типами оборудования от разных производителей
- Анализ качества каналов
- Отображение работоспособности, загруженности, качества каналов

Взаимодействие с техническими службами операторов связи, у которых арендуются каналы

Универсальность (возможность применения в других МСС).

Решение этой задачи нашло отражение в создании центра мониторинга ведомственной информационной системы УФРС МО. Центр мониторинга мультисервисной сетью ведомственной информационной системы УФРС МО расположенный в здании ОАО «НИИ супер ЭВМ» представляет собой программно-аппаратный комплекс (рис. 3). Аппаратная часть расположена в отдельном помещении и состоит из следующего оборудования: серверов мониторинга и управления МСС, коммутатора, межсетевое экрана и маршрутизатора.



Рис. 3 Центр мониторинга МСС УФРС МО

Программная часть центра мониторинга состоит из специальной операционной системы, системы мониторинга, и WEB-интерфейса для отображения информации инженерам круглосуточной дежурной смены. Система мониторинга является собственной разработкой ОАО «НИИ супер ЭВМ» и предназначена для контроля изменений состояний объектов мониторинга мультисервисной сети. Она составляет основу Центра мониторинга и управления МСС УФРС МО. В основу построения центра управления была положена концепция обеспечения функциональной надежности функционирования сети.

## 2. Основы аналитического расчета показателей функциональной надежности

### 2.1. Расчет показателей вычислительных процессов

Расчет вероятности безотказного выполнения задачи  $P_z$  возможен с помощью одного из следующих двух подходов: детализированный подход (с помощью строгих математических моделей, подробных граф-схем) и прогнозирующий подход (приближенный).

Для сложных процессов, которые имеют место в МСС, применение детализированных методов затруднено из-за большой размерности графов алгоритмов задач. Тогда уместно применять следующий подход. Пусть  $V_i$  – отношения количества команд  $i$ -го вида к среднему количеству команд  $I$ , выполняемых в процессе однократной реализации программ задачи, где  $i = \overline{1, M}$  и  $M$ -число разновидностей команд, применяемых в вычислительных средствах, на которых реализуется данная программа. Тогда вероятность  $P_z$  оценивается по формуле



$$P_3 = P_K^{\lceil \bar{t}_3 / \bar{t}_K \rceil}, \quad (1)$$

где  $P_K = \sum_{i=1}^M V_i P_i$  – вероятность безотказного выполнения средней команды,

$P_i$  – вероятность безотказного выполнения  $i$ -ой команды; веса  $V_i$  определяются либо экспериментально, либо при помощи известных методов смеси операций, например, метода Гибсона;

$\bar{t}_K = \sum_{i=1}^M V_i \tau_i$  – усреднённое время выполнения команды, причем  $\tau_i$  – среднее время выполнения  $i$ -той команды программы задачи.

В (1) степень  $\lceil \bar{t}_3 / \bar{t}_K \rceil$  [ есть округленное сверху до целочисленного значения.

Расчет вероятности безотказного выполнения в течение времени  $t$  вычислительного процесса РВП( $t$ ) основывается на результатах вычисления или оценки показателя  $P_3$  и на конкретной математической модели, описывающей поток заявок на выполнение задачи. В большинстве практических случаев можно принять поток заявок пуассоновским (простейшим). Это объясняется большим количеством неприоритетных факторов, вызывающих заявки. Отсюда отсутствие последствия и, как правило, ординарность и стационарность потока, т.е. те свойства, которые присущи простейшему потоку. Тогда вероятность того, что в течение времени  $t$  поступит ровно  $i$  заявок, задается выражением

$$P(i, t) = \frac{(\eta t)^i}{i!} t^{-\eta}$$

Следовательно

$$P_{ВП} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\eta t)^i}{i} e^{-\eta t} \cdot P_3^i = e^{-\eta t} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i}{i} = e^{-\eta t} \cdot e^z$$

где  $z = \eta t P_3$

Окончательно получаем

$$P_{ВП} = e^{-\eta t e^z} = e^{-\eta(1-P_3)t} = \exp[-\eta(1-P_3)t] \quad (2)$$

Средняя наработка до функционального отказа.

Этот показатель связан с вычислительным процессом и вычисляется в соответствии со следующим выражением:

$$T_{ВП} = \int_{t=0}^{\infty} P_{ВП}(t) dt = \int_{t=0}^{\infty} \exp[-\eta t(1-P_3)] dt = \frac{1}{\eta(1-P_3)} \quad (3)$$

Таким образом, средняя наработка до функционального отказа относительно вычислительных процессов обратно пропорциональна вероятности потока заявок на выполнение задач.

## 2.2. Расчет показателей функциональной надежности информационных процессов

Вероятность безотказного выполнения в течение времени  $t$  информационных процессов рассчитывается по формуле (2) с той лишь разницей, что вместо интенсивности  $\eta$  в эту формулу подставляется интенсивность поступления заявок на передачу сообщений  $\gamma$ , а вместо вероятности безотказного выполнения задачи  $P_3$  подставляется вероятность  $P_c$  ошибки при передаче сообщения (пакета).

Аналогичные замены производятся и в формуле (3) при расчете среднего времени до функционального отказа относительно информационных процессов.

## 3. Методы обеспечения функциональной надежности

Известны различные методы повышения надежности технических средств и систем. Прежде всего — это резервирование аппаратуры и временное резервирование. Применительно к функциональной надежности эффективность структурного резер-



вирования проблематична. Это объясняется тем, что ошибки в вычислительном процессе нельзя устранить переключением на резерв, если эти ошибки вызваны случайными сбоями, программной ошибкой или ошибками во входной информации. В информационном процессе ошибки устраняются с помощью информационной избыточности (например, путем помехоустойчивого кодирования информации). Временное резервирование может дать ощутимый эффект в повышении функциональной надежности, однако применение традиционных методов двойного – тройного счета применимо там, где нет слишком жестких ограничений по времени выполнения задач.

Из этих соображений следует необходимость комплексного применения гибких стратегий обеспечения функциональной отказоустойчивости МСС. К таким стратегиям, наряду с вышеотмеченными, можно отнести введение контрольных точек при реализации вычислительных и информационных процессов. Подход известен, однако если интервалы времени между контрольными точками выбрать таким образом, чтобы в интервалах времени между заявками обеспечить обнаружение и устранение функциональных частичных отказов, то содержание и эффективность такой стратегии в корне изменятся. Другой эффективной стратегией повышения функциональной надежности является использование естественной временной, функциональной и структурной избыточности в МСС.

Для парирования функциональных отказов целесообразно ввести специальные механизмы рационального использования избыточности. Эти механизмы совместно с избыточными средствами образуют средства обеспечения функциональной отказоустойчивости (СОО).

Назначение СОО:

- обнаружение факта ошибки в программе или в функционировании технических средств;
- локализация неисправности;
- классификация неисправности;
- принятие решения о характере неисправности и прерывании процесса выполнения задачи;
- обнаружение местонахождения неисправности;
- реконфигурация МСС и (или) маскирование неисправности;
- восстановление процесса выполнения задачи.

Таким образом, СОО предназначены для обеспечения адаптации МСС к функциональным отказам. Очевидно, что основное слово по определению состава и структуры СОО за разработчиками МСС.

Показателем эффективности СОО является вероятность  $\beta$  успешной адаптации МСС с СОО к функциональным отказам

$$\beta = P\{\Omega \leq \Omega g\},$$

где  $\Omega$  - ресурс (структурный, временной и т.д.), который возможно использовать без ухудшения других показателей эффективности МСС для защиты от отказов;  $\Omega g$  – допустимый расход ресурса, при котором один или несколько показателей эффективности МСС достигают предельно допустимого значения.

Так, если ресурс есть время и допустимый расход ресурса есть в частном случае допустимое время перерыва в работе МСС  $tg$ , то

$$\beta = P\{V \leq tg\} \int_0^{tg} f_v(t) dt,$$

где  $V$  – интервал времени от момента возникновения неисправности до её устранения и восстановления процесса функционирования, а  $f_v(t)$  – функция плотности распределения случайного времени  $V$ .

Если же допустимое время перерыва в работе системы случайно и распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\rho g$ , то по формуле полной вероятности находим, что

$$\beta = \int_0^{\infty} P\{V \leq V_g\} \rho_g e^{-\rho_g t} dt = \int_0^{\infty} f_V(t) e^{-\rho_g t} dt = [f_V * (S)]_{s=\rho_g},$$

где  $f_V * (s)$  – преобразование Лапласа функции  $f_V(t)$ .

Оценим вероятность того, что в процессе выполнения задачи либо не возникнут функциональные отказы, либо возникшие функциональные частичные отказы будут успешно нейтрализованы средствами обеспечения отказоустойчивости на основе допустимых затрат избыточных ресурсов. Обозначим вероятность безотказного выполнения задачи как  $P_3$  и вероятность того, что внутри СОО в процессе выполнения задачи не возникли функциональные отказы как  $P_1$ . Тогда вероятность безотказного выполнения задачи под прикрытием СОО будет:

$$P_{31} = p_3 p_1 + (1 - p_3) p_1 \beta_1 = 1 - g_3 - g_1 + g_3 g_1 + \beta_1 (g_3 - g_3 g_1),$$

где  $\beta_1$  – вероятность успешной адаптации первого уровня защиты (защиты процесса выполнения задачи без защиты СОО);  $g_1 = 1 - p_1$ ;  $g_3 = 1 - p_3$ .

Поскольку  $g_1 \leq 1$  и  $g_3 \leq 1$ , то с погрешностью, не превышающей второго порядка малости, справедливо выражение

$$P_{31} = 1 - g_1 - g_3 (1 - \beta_1) \quad (4)$$

Между вероятностью успешной адаптации МСС к функциональным отказам  $\beta_1$  и вероятностями  $g_1, g_3$  функциональных отказов СОО и задачи существует прямая связь. По аналогии с изложенным примем  $\beta_1 = 1 - \exp[-\delta \xi]$ , где  $\delta \approx 5 \dots 10$  – нормировочный

коэффициент, а  $\xi = \frac{g_1}{g_3 + g_1}$ .

С помощью данной зависимости моделируется влияние вероятности отказов (а следовательно, и объема) аппаратно-программных средств СОО на эффективность адаптации МСС к функциональным отказам.

Оценим с помощью формулы (4) и приведенной зависимости для  $\beta_1$  характер уменьшения вероятности функционального отказа в результате применения защиты. Рассмотрение показывает, что при сравнительно небольшом объеме средств защиты ( $g_1/g_3 \leq 0.5$ ) эффективность защиты наибольшая (имеется в виду пропорциональная зависимость между вероятностью отказа в выполнении задачи  $g_3$  или вероятностью отказа в функционировании средств защиты  $g_1$  и объемами задач и средств обеспечения отказоустойчивости соответственно). По мере увеличения объема средств защиты увеличивается вероятность успешной адаптации к функциональным отказам. Однако при этом возрастает вероятность возникновения функциональных отказов в самой СОО. Отсюда следует необходимость решения задачи определения допустимой ненадежности средств защиты МСС от функциональных отказов.

Определим допустимые границы ненадежности средств защиты (а это означает также допустимые объемы средств защиты) в зависимости от их эффективности и от ненадежности основных средств.

Рассмотрим вначале одноуровневую защиту. Она имеет смысл только в том случае, если выполняется условие

$$P_{31} > P_3,$$

где  $P_{31}$  – вероятность правильного выполнения задачи с одноуровневой защитой от отказов;  $P_3$  – вероятность правильного выполнения задачи без применения защиты. С учетом выражения (4) указанное условие преобразуется в неравенство

$$g_1 < g_3 \beta_1 \quad (5)$$

Выражение (5) устанавливает, что объем средств обеспечения отказоустойчивости не должен превышать объема аппаратно-программных средств МСС, реализующих данную задачу. Из этого выражения также следует, что чем больше объем решаемой задачи, тем более разветвленными и эффективными должны быть средства СОО. Так, если  $\beta_1 \rightarrow 1$ , то  $W_1 \rightarrow W_3$ , где  $W_1$  и  $W_3$  – объемы средств обеспечения отказоустой-



чивости и выполнения задачи соответственно. В свою очередь, если СОО неэффективны ( $\beta_1 \rightarrow 0$ ), то нет смысла в их применении.

Решим задачу защиты от функциональных отказов средств защиты, которая известна как задача «сторожить сторожей». Пусть в МСС предусмотрены два уровня защиты от функциональных отказов таким образом, что первый уровень защищает средства выполнения задачи и функционирует с вероятностью правильной работы  $P_1=1-g_1$ , а второй уровень защищает средства первого уровня защиты с вероятностью адаптации к отказам  $\beta_2$  и функционирует с вероятностью правильной работы  $P_2=1-g_2$ , при этом сам работает без прикрытия средств защиты. Тогда показатель правильности выполнения задачи имеет следующий вид:

$$P_{32} = p_3 p_2 (p_2 + g_1 \beta_2) + (1 - p_3) p_2 (p_1 + g_1 \beta_2) \\ \beta_1 = p_2 (p_1 + g_1 \beta_2) (p_3 + g_3 \beta_1).$$

При  $n$  уровнях защиты показатель правильности выполнения задачи определяется выражением:

$$P_{3n} = p_n (p_{n-1} + g_n - 1 \beta_n) \times (p_{n-2} + g_{n-2} \beta_{n-1}) \dots (p_1 + g_1 \beta_2) (p_3 + g_3 \beta_1) = (1 - g_n) \prod_{i=0}^{n-1} (p_i + g_i \beta_{i+1}),$$

где  $p_0 = p_3$ ;  $g_0 = g_3$ .

Очевидно, что на каждом уровне защиты должно выполняться условия, определенное неравенством (5):

$$g_i < g_{i-1} \beta_i, \quad (6)$$

где  $i = \overline{1, n}$ .

На основании условия (6) получим выражение

$$g_i < g_3 \prod_{j=1}^i \beta_j, \quad (7)$$

где  $g_0 = g_3$ , определяет границу целесообразности построения многоуровневой защиты.

Таким образом, неравенство (7) показывает, что введение в МСС дополнительных аппаратно-программных средств, в виде центра управления и мониторинга, необходимых для создания нескольких уровней защиты (контроля, диагностики, исправления ошибок), приводит к повышению вероятности правильного выполнения задачи.

### Заключение

В работе рассмотрены подходы к оценке функциональной надежности мультисервисной информационной системы, приведены аналитические выражения, позволяющие сформировать основы аналитического расчета показателей функциональной надежности. Показано, что в составе средств мультисервисных систем связи для повышения надежности необходимо иметь средства мониторинга и управления. Установлены граничные условия, определяющие объем дополнительных средств для защиты ММС от функциональных отказов. На основе предложенных подходов могут быть решены задачи по нахождению оптимальных системотехнических и программно-аппаратных решений при разработке и эксплуатации центра мониторинга ММС.

### Литература

1. Дёмин В.К., Тютин Н.Н., Чудинов С.М., Храмешин Г.К. Региональные информационные системы, методы их структуры и функциональной оценки. – Белгород, 2008. – 320 с.
2. Антонов С.В., Захаров В.Н., Коновалов М.Г., Соколов И.А., Шоргин С.Я. Информационные технологии моделирования и динамического управления в многоуровневых сетях коммутации каналов. – М.: Научное издание, № 4. – 2003. – С. 70-78.
3. Волкова В.Н., Денисов А.А., Темников Ф.Е. Методы формализованного представления систем: Учеб. пособие. – СПб.: СПбГТУ, 1993. – 107 с.
4. Коновалов М.Г. Модели и технологии адаптивной обработки информации для частично наблюдаемых систем: автореф. дис. ..., 2008. – 39 с.



5. Соколов И.А., Антонов С.В., Захаров В.Н., Коновалов М.Г., Шоргин С.Я. Разработка математических методов оптимизации распределения потоков в многоуровневой сети коммутации каналов. М.: Обозрение прикладной и промышленной математики. – Т.9, Вып. 2, 2002. – С. 452-453.

6. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. – М.: Высшая школа, 1985 – 160 с.

## METHODS OF RESEARCH AND RATING OF FUNCTIONAL RELIABILITY OF COMPLEX MULTISERVICE SYSTEMS

Malikov S.N.

Tjutin N.N.

**Chvanin O.N**

**Chudinov S.M.**

O.N.Krivosheev

In clause the materials on possible methods of research of functional reliability in complex systems of communication are submitted what, the multiservice systems of communication are being. The generalized criteria of functional reliability are offered. The materials on realization of the offered method are submitted at creation of information system with use of multiservice principles of construction of the communication networks.

Keywords: functional reliability, object and subject of research of functional reliability, parameters of functional reliability, account of parameters of functional reliability.

# ОПТИМИЗАЦИЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО БАЗИСА ВЕЙЛЯ-ГЕЙЗЕНБЕРГА ДЛЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ПРИНЦИП OFDM/OQAM ПЕРЕДАЧИ

**В.П. Волчков<sup>1)</sup>**

**Д.А. Петров<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup> *Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ)*

*e-mail: volchkovvalery@mail.ru*

<sup>2)</sup> *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

*e-mail: dapetroff@gmail.com*

Рассматривается алгебраическая процедура получения обобщенного ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга, обладающего свойством наилучшей локализации одновременно в частотной и временной областях. Вычисляются оптимальные значения фазового параметра такого базиса для нескольких видов симметрии формирующей базисной функции. Представленные в работе результаты моделирования, подтверждают хорошие характеристики локализации и позволяют выбрать наилучший вид симметрии.

Ключевые слова: цифровые системы связи, OFDM, OQAM, базис Вейля-Гейзенберга, ортогонализация, оптимизация.

Известно, что в цифровых системах связи, использующих принцип OFDM передачи, наибольшую спектральную эффективность можно достичь, применяя смещенную квадратурную амплитудную модуляцию (OQAM) и согласованный с этим видом модуляции обобщенный ортогональный базис Вейля-Гейзенберга [1-4]. Передаваемый OFDM/OQAM сигнал в этом случае можно эквивалентно представить в виде комплексной огибающей:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{M-1} \left[ \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,l}^R \psi_{k,l}^R(t) - \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,l}^I \psi_{k,l}^I(t) \right], \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty), \quad (1)$$

$$\psi_{k,l}^R(t) = g(t - lT) \exp \left( 2\pi j F k \left( t - \frac{\alpha T}{2M} \right) \right), \quad (2)$$

$$\psi_{k,l}^I(t) = -jg(t + T/2 - lT) \exp \left( 2\pi j F k \left( t - \frac{\alpha T}{2M} \right) \right), \quad (3)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ;  $c_{k,l}^R = \text{Re}(a_{k,l})$ ,  $c_{k,l}^I = \text{Im}(a_{k,l})$  - действительные и мнимые части комплексных информационных QAM символов  $a_{k,l}$ ;  $\psi_{k,l}^R(t)$  и  $\psi_{k,l}^I(t)$  - комплексные функции, полученные в результате равномерных сдвигов по времени и частоте двух инициализирующих функций  $g(t)$  и  $g(t + T/2)$ <sup>1)</sup>;  $M \geq 2$  - количество поднесущих;  $F = 1/T$  - расстояние между поднесущими;  $T$  - символичный временной период;  $\alpha \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$  - фазовый параметр. Система функций  $\mathcal{B}[\mathbb{R}] = \{\psi_{k,l}^R(t), \psi_{k,l}^I(t)\}$  нормирована и ортогональна

$$\langle \psi_{k,l}^R(t), \psi_{k',l'}^R(t) \rangle_R = \delta_{k,k'} \delta_{l,l'}, \quad \langle \psi_{k,l}^I(t), \psi_{k',l'}^I(t) \rangle_R = \delta_{k,k'} \delta_{l,l'}, \quad \langle \psi_{k,l}^R(t), \psi_{k',l'}^I(t) \rangle_R = 0 \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Обычный базис Вейля-Гейзенберга задается на символьном интервале только одной инициализирующей функцией  $g(t)$  [5].

в смысле вещественного скалярного произведения  $\langle x(t), y(t) \rangle_R = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{y(t)} dt$  и называется обобщенным ортогональным базисом Вейля-Гейзенберга. При этом для модулирующих OQAM коэффициентов справедливы выражения:

$$c_{k,l}^R = \langle s(t), \psi_{k,l}^R(t) \rangle_R, \quad c_{k,l}^I = \langle s(t), \psi_{k,l}^I(t) \rangle_R.$$

Запишем теперь модель OFDM/OQAM сигнала в дискретном времени. Если формирующий фильтр  $g(t)$  имеет полосу пропускания  $F = 1/T$ , то с учетом  $M$  сдвигов в частотной области ширина спектра сигнала  $s(t)$  равна  $W = M/T$ . Полагая  $M$  четным, нетрудно убедиться, что на конечном временном интервале  $[0, NT]$  дискретизированный с частотой  $f_d = W$  сигнал (1) и соответствующий дискретный базис Вейля-Гейзенберга  $\mathbf{V}[J_N]$  принимают вид:

$$s[n] = \sum_{k=0}^{M-1} \left( \sum_{l=0}^{L-1} c_{k,l}^R \psi_{k,l}^R[n] - \sum_{l=0}^{L-1} c_{k,l}^I \psi_{k,l}^I[n] \right), \quad n \in J_N \quad (5)$$

$$\psi_{k,l}^R[n] = g[(n - lM)_{\bmod N}] \exp\left(j \frac{2\pi}{M} k(n - \alpha/2)\right), \quad (6)$$

$$\psi_{k,l}^I[n] = -jg[(n + M/2 - lM)_{\bmod N}] \exp\left(j \frac{2\pi}{M} k(n - \alpha/2)\right), \quad (7)$$

$$\mathbf{V}[J_N] \square \{ \psi_{k,l}^R[n], \psi_{k,l}^I[n] \}, \quad (8)$$

где  $s[n] = s(nT/M)$ ,  $g[n] = g(nT/M)$ ;  $J_N = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $N = M \cdot L \geq M$  ( $L$  - любое натуральное число). Система базисных функций  $\mathbf{V}[J_N]$  является дискретным аналогом системы  $\mathbf{V}[\square]$  и ортогональна в смысле вещественного скалярного произведения на дискретном интервале  $J_N$ :

$$\langle x[n], y[n] \rangle_R = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \bar{y}[n]. \quad (9)$$

Условие ортогональности (4) в этом случае можно представить в матричном виде

$$\operatorname{Re}(\mathbf{U}^* \mathbf{U}) = \mathbf{I}_{2N}, \quad (10)$$

где “\*” - символ эрмитового сопряжения;  $\mathbf{I}_{2N}$  - единичная  $(2N \times 2N)$ -матрица;  $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_R, \mathbf{U}_I)$  - блочная прямоугольная матрица размерности  $(N \times 2N)$ , у которой блоки  $\mathbf{U}_R, \mathbf{U}_I$  - квадратные  $(N \times N)$ -матрицы, составленные из столбцов соответствующих базисных функций  $\bar{\psi}_{k,l}^R = (\psi_{k,l}^R[0], \dots, \psi_{k,l}^R[N-1])^T$ ,  $\bar{\psi}_{k,l}^I = (\psi_{k,l}^I[0], \dots, \psi_{k,l}^I[N-1])^T$  для всех значений индексов  $k = 0, \dots, M-1$ ,  $l = 0, \dots, L-1$ . Формула (5) описывает алгоритм формирования (модуляции) OFDM/OQAM сигнала в дискретном времени. Соответствующий алгоритм демодуляции имеет вид:

$$c_{k,l}^R = \langle s[n], \psi_{k,l}^R[n] \rangle_R, \quad c_{k,l}^I = \langle s[n], \psi_{k,l}^I[n] \rangle_R.$$

Для построения робастной OFDM/OQAM системы, то есть наименее чувствительной к частотно-временному рассеянию канала, необходимо решить задачу синтеза обобщенного ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга, для которого функция неопределенности формирующего импульса



$$\Psi_g(t, f) = Ag(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x+t/2) \overline{g(x-t/2)} \exp(-2\pi jfx) dx$$

обладает максимальной локализацией одновременно по  $t$  и  $f$ .

В [4] был предложен общий алгебраический подход построения таких базисов. В данной работе будет показано, что характеристики локализации базисов могут быть улучшены, если решить дополнительную задачу оптимизации по выбору фазового параметра  $\alpha$  в формулах (5)-(7). Приводятся решения данной задачи при различных ограничениях на структуру формирующих функций  $g[n]$  и соответствующие результаты моделирования.

### Синтез обобщенного ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга

По аналогии с предыдущим, определим комплексный сигнальный базис с желаемыми характеристиками локализации по времени и частоте в виде блочной матрицы

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_R, \mathbf{G}_I], \quad (11)$$

$$G_R(n, IM+k) = \psi_{k,l}^R[n] \Big|_{g(t)=g_0(t)}, \quad G_I(n, IM+k) = \psi_{k,l}^I[n] \Big|_{g(t)=g_0(t)}, \quad (12)$$

где  $n=0, \dots, N-1$ ,  $k=0, \dots, M-1$ ,  $l=0, \dots, L-1$ , матрица  $\mathbf{G}_R$  определяет базис подпространства для действительных компонент, модулирующих OQAM символов  $c_{k,l}^R$ , а матрица  $\mathbf{G}_I$  - для мнимых компонент  $c_{k,l}^I$ . Формирующая функция  $g_0(t)$  определяет характеристики локализации данного базиса. Например, в качестве  $g_0(t)$  может быть выбран Гауссиан  $g_0(t) = (2\sigma)^{1/4} \exp(-\pi\sigma t^2)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , обладающий наилучшими характеристиками локализации по времени и частоте [4]. Полученный в этом случае базис (8)  $\mathbf{V}_0[\mathcal{J}_N]$  называется базисом Габора, а  $\mathbf{G}$  - матрицей Габора.

Отметим, что  $\mathbf{G}$  не удовлетворяет условию ортогональности (10), то есть, базис Габора не является ортогональным.

Обозначим через  $M_{m,n}(F)$  множество всех матриц размера  $m \times n$  над полем  $F$ . Если  $m=n$ , будет использоваться сокращенная запись  $M_n(F)$ . Здесь  $F$  или поле вещественных чисел  $\mathbb{R}$  или поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$ , кроме того, обозначим через  $\mathbb{Z}$  множество целых чисел.

Рассматривается задача для нахождения матрицы  $\mathbf{U}$  обобщенного ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга, наиболее близкой к матрице базиса Габора  $\mathbf{G}$  по матричной норме  $\|\mathbf{A}\|_E^2 = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^*)$ .

**Задача 1.** На подмножестве  $\mathbf{A} = \{\mathbf{U} \in M_{N,2N}(\mathbb{C}) : \text{Re}(\mathbf{U}^* \mathbf{U}) = \mathbf{I}_{2N}\}$  комплексных ортогональных матриц, для которых справедливо выражение

$$\text{Re}(\mathbf{U}^* \mathbf{U}) = \mathbf{I}_{2N} \quad (13)$$

найти оптимальную матрицу  $\mathbf{U}_{opt}$ , которая доставляет минимум в задаче на экстремум

$$\mathbf{U}_{opt} : \min_{\mathbf{U} \in \mathbf{A}} \|\mathbf{G} - \mathbf{U}\|_E^2, \quad (14)$$

где  $\mathbf{G} \in M_{N,2N}(\mathbb{C})$  - матрица базиса Габора.

Отметим, что решение  $\mathbf{U}_{opt}$  будет задавать ортогональный базис (8) с наилучшими характеристиками локализации.





Нахождение экстремума  $\mathbf{U}_{onm}$ , если решить следующую вспомогательную задачу.

**Задача 2.** На множестве  $V = \{\mathbf{V} \in M_{2N}(\mathbb{R}) : \mathbf{V}^* \mathbf{V} = \mathbf{I}_{2N}\}$  вещественных ортогональных матриц найти оптимальную матрицу  $\mathbf{V}_{onm}$ , которая доставляет минимум в задаче

$$\mathbf{V}_{onm} : \min_{\mathbf{V} \in V} \|\mathbf{G}_B - \mathbf{V}\|_E^2, \quad (15)$$

где  $\mathbf{G}_B = \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{G} \\ \text{Im } \mathbf{G} \end{bmatrix} \in M_{2N}(\mathbb{R})$  задается комплексной матрицей базиса Габора  $\mathbf{G}$ .

В работе [4] показано, что экстремальные задачи (14) и (15) эквивалентны, а их решения связаны соотношением

$$\mathbf{U}_{onm} = \mathbf{V}_{1onm} + \mathcal{J} \mathbf{V}_{2onm}, \quad (16)$$

где матрицы  $\mathbf{V}_{1onm}, \mathbf{V}_{2onm} \in M_{N \times 2N}(\mathbb{R})$  находятся из блочного разбиения:

$$\mathbf{V}_{onm} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1onm} \\ \mathbf{V}_{2onm} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, матрица  $\mathbf{U}_{onm}$  искомого оптимального базиса Вейля-Гейзенберга (8) может быть получена из решения задачи 2 по формуле (16). В [4] показано, что матрица  $\mathbf{V}_{onm}$  определяется следующей теоремой.

**Теорема 1.** Оптимальная матрица  $\mathbf{V}_{onm}$ , доставляющая максимум в экстремальной задаче (15), определяется выражением

$$\mathbf{V}_{onm} = \mathbf{S} \mathbf{W}^T, \quad (17)$$

где  $\mathbf{S}, \mathbf{W} \in V$  – пара действительных ортогональных матриц, входящих в сингулярное разложение матрицы  $\mathbf{G}_B = \mathbf{S} \mathbf{\Sigma} \mathbf{W}^T$ .

Матрицы  $\mathbf{S}, \mathbf{W}$  составлены из собственных векторов матриц  $\mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T$  и  $\mathbf{G}_B^T \mathbf{G}_B$ , соответственно;  $\mathbf{\Sigma} = (\sigma_{i,j}) \in M_{2N}$  – диагональная матрица, у которой на главной диагонали стоят сингулярные числа  $\sigma_i = \sigma_{ii}$  матрицы  $\mathbf{G}_B$ , упорядоченные в порядке невозрастания:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{2N} \geq 0$ .

Значение достигаемого экстремума в задаче (15) равно

$$\min_{\mathbf{V} \in V} \|\mathbf{G}_B - \mathbf{V}\|_E^2 = \|\mathbf{G}_B - \mathbf{V}_{onm}\|_E^2 = \sum_{i=1}^{2N} (\sigma_i - 1)^2, \quad (18)$$

а оптимальная формирующая функция  $g[n]$ ,  $n \in J_N$  для базиса (8) задается первым столбцом этой матрицы, то есть

$$g[n] = U_{onm}(n, 1). \quad (19)$$

#### Дополнительная оптимизация по фазовому параметру $\alpha$

Отметим, что  $\alpha$  выступает в качестве параметра в задачах (14) и (15) (см. (6)-(8)). Поэтому значение достигаемого экстремума (18) представляет собой некоторую функцию от  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$F(\alpha) = \|\mathbf{G}_B(\alpha) - \mathbf{V}_{onm}\|_E^2. \quad (20)$$



Следовательно, можно дополнительно уменьшить значение минимума и улучшить локализацию базиса, решив дополнительную экстремальную задачу:

$$F(\alpha) \rightarrow \min_{\alpha \in \square}, \quad (21)$$

то есть найти

$$a_{onm} : \min_{\alpha \in \square} \left( \left\| \mathbf{G}_B(\alpha) - \mathbf{V}_{onm} \right\|_E^2 \right). \quad (22)$$

Обозначим

$$F_o(\alpha) = \left\| \mathbf{G}_B(\alpha) \mathbf{G}_B^T(\alpha) - \mathbf{I} \right\|_E^2. \quad (23)$$

*Лемма 1.* Для любого  $\alpha \in \square$  функция (23) мажорирует функцию (20), то есть

$$F(\alpha) = \left\| \mathbf{G}_B(\alpha) - \mathbf{V}_{onm} \right\|_E^2 \leq \left\| \mathbf{G}_B(\alpha) \mathbf{G}_B^T(\alpha) - \mathbf{I} \right\|_E^2 = F_o(\alpha).$$

Из леммы 1 непосредственно следует, что минимизация функции  $F_o(\alpha)$  по  $\alpha$  приведет к минимизации функции  $F(\alpha)$ . Поэтому экстремальная задача (21) сводится к задаче  $F_o(\alpha) \rightarrow \min_{\alpha \in \square}$ , то есть

$$a_{opt} : \min_{\alpha \in \square} \left( \left\| \mathbf{G}_B(\alpha) \mathbf{G}_B^T(\alpha) - \mathbf{I} \right\|_E^2 \right). \quad (24)$$

Заметим, что  $\left\| \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T - \mathbf{I} \right\|_E^2 = \text{tr} \left[ \left( \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T \right)^2 \right] - 2 \text{tr} \left[ \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T \right] + 2N$ . Следовательно, задача (24) эквивалентна экстремальной задаче

$$\text{tr} \left[ \left( \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T \right)^2 \right] - 2 \text{tr} \left[ \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T \right] \rightarrow \min_{\alpha \in \square}. \quad (25)$$

Введем обозначение:  $\mathbf{B} = \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T$ . Можно показать, что  $\text{tr}(\mathbf{B})$  не зависит от  $\alpha$ , поэтому вместо (25) получаем следующую экстремальную задачу для нахождения  $\alpha_{opt}$ :

$$\text{tr} \left[ \left( \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^T \right)^2 \right] = \text{tr} \left[ \mathbf{B}^2 \right] \rightarrow \min_{\alpha \in \square}. \quad (26)$$

Изменим группировку элементов блочной матрицы  $\mathbf{G}_B$  следующим образом: переставим строки так, что сначала идет строка из блока  $[\text{Re} \mathbf{U}_R \quad \text{Re} \mathbf{U}_I]$ , затем из блока  $[\text{Im} \mathbf{U}_R \quad \text{Im} \mathbf{U}_I]$ , потом опять из блока  $[\text{Re} \mathbf{U}_R \quad \text{Re} \mathbf{U}_I]$  и т.д. Полученную матрицу обозначим  $\tilde{\mathbf{G}}_B$ . Ей соответствует матрица  $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{G}}_B \tilde{\mathbf{G}}_B^T$ . Нетрудно убедиться, что такая перестановка не меняет сумму диагональных элементов матрицы  $\mathbf{B}$ , поэтому  $\text{tr}[\tilde{\mathbf{B}}^2] = \text{tr}[\mathbf{B}^2]$ .

В дальнейшем, будем использовать не матрицу  $\mathbf{B}$ , а матрицу  $\tilde{\mathbf{B}}$ . При этом, задача (26) принимает эквивалентный вид:

$$\text{tr} \left[ \left( \tilde{\mathbf{G}}_B \tilde{\mathbf{G}}_B^T \right)^2 \right] = \text{tr} \left[ \tilde{\mathbf{B}}^2 \right] \rightarrow \min_{\alpha \in \square}. \quad (27)$$

Представим матрицу  $\tilde{\mathbf{B}}$  в следующем виде:



$$\tilde{\mathbf{B}} = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{B}_m = \sum_{m=0}^{M-1} (\tilde{\mathbf{U}}(\alpha))^m \mathbf{A} (\tilde{\mathbf{U}}^T(\alpha))^m, \quad (28)$$

где непосредственной проверкой можно установить, что  $\mathbf{A}$  – симметрическая матрица размерности  $2N \times 2N$ , не зависящая от  $\alpha$  и имеющая следующую структуру:

$$\mathbf{A} = \sum_{l=0}^L \mathbf{G}_l \mathbf{G}_l^T, \quad \mathbf{G}_l = [\mathbf{G}_l^{(1)} \quad \mathbf{G}_l^{(2)} \quad \dots \quad \mathbf{G}_l^{(N)}]^T.$$

Здесь  $\mathbf{G}_l$  – блочная матрица размерности  $2N \times 2$ , а  $\mathbf{G}_l^{(n)} = \begin{bmatrix} G_{l,R}^{(n)} & 0 \\ 0 & G_{l,I}^{(n)} \end{bmatrix}$  – диагональная матрица размерности  $2 \times 2$  с элементами

$$G_{l,R}^{(n)} = g[(n-1-IM)_{\text{mod } N}], \quad G_{l,I}^{(n)} = g[(n-1-IM + M/2)_{\text{mod } N}], \quad n \in J_N.$$

Таким образом,  $\mathbf{A}$  представляется в виде

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \dots & \mathbf{A}_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{A}_{N1} & \dots & \mathbf{A}_{NN} \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{A}_{k,n} = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{G}_l^{(k)} \mathbf{G}_l^{(n)}$  – симметрические матрицы размерности  $2 \times 2$ .

Матрица  $\tilde{\mathbf{U}}(\alpha)$ , входящая в (28), является блочно-диагональной матрицей размерности  $2N \times 2N$ :

$$\tilde{\mathbf{U}}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1(\alpha) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_2(\alpha) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{U}_N(\alpha) \end{bmatrix},$$

на диагонали которой находятся матрицы вращения размерности  $2 \times 2$ :

$$\mathbf{U}_{n+1}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi/M(n-\alpha/2)) & -\sin(2\pi/M(n-\alpha/2)) \\ \sin(2\pi/M(n-\alpha/2)) & \cos(2\pi/M(n-\alpha/2)) \end{bmatrix}, \quad n \in J_N.$$

В итоге мы получаем следующую структуру матрицы  $\mathbf{B}_m$ :

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}_1)^m \mathbf{A}_{1,1} (\mathbf{U}_1^T)^m & (\mathbf{U}_1)^m \mathbf{A}_{1,2} (\mathbf{U}_2^T)^m & \dots & (\mathbf{U}_1)^m \mathbf{A}_{1,N} (\mathbf{U}_N^T)^m \\ (\mathbf{U}_2)^m \mathbf{A}_{2,1} (\mathbf{U}_1^T)^m & (\mathbf{U}_2)^m \mathbf{A}_{2,2} (\mathbf{U}_2^T)^m & \dots & (\mathbf{U}_2)^m \mathbf{A}_{2,N} (\mathbf{U}_N^T)^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\mathbf{U}_N)^m \mathbf{A}_{N,1} (\mathbf{U}_1^T)^m & (\mathbf{U}_N)^m \mathbf{A}_{N,2} (\mathbf{U}_2^T)^m & \dots & (\mathbf{U}_N)^m \mathbf{A}_{N,N} (\mathbf{U}_N^T)^m \end{bmatrix}. \quad (29)$$

В этих обозначениях задача (27) принимает вид:

$$\text{tr}(\tilde{\mathbf{B}}^2) = \text{tr} \left( \left( \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{B}_m \right)^2 \right) = \sum_{m=0}^{M-1} \text{tr}((\mathbf{B}_m)^2) + \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2 \neq m_1=0}^{M-1} \text{tr}(\mathbf{B}_{m_1} \mathbf{B}_{m_2}) \rightarrow \min_{\alpha \in \mathbb{I}}. \quad (30)$$

Нетрудно убедиться в справедливости следующей леммы:



*Лемма 2.*  $\sum_{m=0}^{M-1} \text{tr}(\mathbf{B}_m)^2$  не зависит от  $\alpha$ .

Эта лемма позволяет вместо задачи (30) рассматривать задачу

$$f(\alpha) = \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2 \neq m_1=0}^{M-1} \text{tr}(\mathbf{B}_{m_1} \mathbf{B}_{m_2}) \rightarrow \min_{\alpha \in \square},$$

которая с учетом (29) после преобразований приобретает вид

$$f(\alpha) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \Gamma_{n,k}^2 \left[ \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2 \neq m_1=0}^{M-1} \cos \left[ \Delta \frac{2\pi}{M} (k+n-\alpha) \right] \right] \right\} \rightarrow \min_{\alpha \in \square}, \quad (31)$$

$$\text{где } \Delta \in (m_1 - m_2), \Gamma_{k,n}^2 = \frac{1}{2} \left( \left( \sum_{l=0}^{L-1} G_{l,R}^{(k+1)} G_{l,R}^{(n+1)} \right) - \left( \sum_{l=0}^{L-1} G_{l,l}^{(k+1)} G_{l,l}^{(n+1)} \right) \right)^2.$$

Необходимым условием минимума функции  $f(\alpha)$  является равенство нулю ее производной:  $f'(\alpha) = 0$ . Это условие выполняется, если

$$\sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0; m_1 \neq m_2}^{M-1} \left\{ \Delta \frac{2\pi}{M} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \Gamma_{n,k}^2 \sin \left( \Delta \frac{2\pi}{M} (k+n-\alpha) \right) \right] \right] \right\} = 0. \quad (32)$$

Будем рассматривать только внутренние суммы по  $n$  и  $k$  для любых фиксированных  $m_1 = 0, 1, \dots, M-1$ ;  $m_2 = 0, 1, \dots, M-1$ ;  $m_1 \neq m_2$ , то есть, для любого фиксированного  $\Delta = 1, 2, \dots, M-1$ :

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \Gamma_{n,k}^2 \sin \left( \Delta \frac{2\pi}{M} (k+n-\alpha) \right) \right]. \quad (33)$$

Введем обозначение  $p = n - k$ ,  $p = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $k = n - p$  и перейдем в (33) к суммированию по индексам  $n$  и  $p$ :

$$\sum_{p=0}^{N-1} \left[ \sum_{n=p}^{N-1} \Gamma_p^2(n) \sin \left( \Delta \frac{2\pi}{M} (2n-p-\alpha) \right) \right], \quad (34)$$

$$\Gamma_p^2(n) = \Gamma_{n-p,n}^2. \quad (35)$$

Достаточно рассмотреть только внутреннюю сумму выражения (34) при фиксированных  $p = 0, 1, \dots, N-1$ :

$$\sum_{n=p}^{N-1} \Gamma_p^2(n) \sin \left( \Delta \frac{2\pi}{M} (2n-p-\alpha) \right) = \sum_{n=p/2}^{N-1+p/2} \Gamma_p^2 \left( n + \frac{p}{2} \right) \sin \left( \Delta \frac{4\pi}{M} \left( n - \frac{\alpha}{2} \right) \right). \quad (36)$$

В дальнейшем, нам потребуется воспользоваться свойствами симметрии функций дискретного аргумента  $\Gamma_p^2(n)$  и  $g[n]$ . В общем случае эти свойства определяются для произвольной комплексной функции, заданной на конечном интервале  $J_N$  [7].

*Определение 1.* Функция дискретного аргумента  $g[n]$  называется  $(N-1)$ -симметричной (или просто симметричной), если

$$g[N-1-n] = g[n], \quad n \in J_N. \quad (37)$$

*Определение 2.* Функция дискретного аргумента  $g[n]$  обладает свойством сопряженной  $N$ -симметрии, если

$$g[n] = g^* [(-n)_{\text{mod } N}] = \begin{cases} g^*[0], & \text{если } n=0 \\ g^*[N-k], & \text{если } n \neq 0 \quad (n=1, \dots, N-1) \end{cases} \quad (38)$$

Если  $g[n]$  является действительной функцией, свойство приобретает вид:

$$g[n] = g[(-n)_{\text{mod } N}] = \begin{cases} g[0], & \text{если } n=0 \\ g[N-n], & \text{если } n \neq 0 \quad (n=1, \dots, N-1). \end{cases} \quad (39)$$

Нетрудно убедиться в справедливости следующей леммы.

*Лемма 3.* Пусть функция  $g[n]$  является  $(N-1)$ -симметричной. Тогда функция (35) обладает следующими свойствами симметрии и периодичности:

1.  $N$  – периодичность:  $\Gamma_p^2(N + n + p/2) = \Gamma_p^2(n + p/2)$
2.  $(N-1)$  – симметрия:  $\Gamma_p^2(N-1-n + p/2) = \Gamma_p^2(n + p/2)$
3.  $M/2$  – периодичность:  $\Gamma_p^2(n + M/2 + p/2) = \Gamma_p^2(n + p/2)$
4.  $(M/2-1)$  – симметрия:  $\Gamma_p^2(M/2-1-n + p/2) = \Gamma_p^2(n + p/2)$ .

В рассматриваемой сумме (36) синус имеет период  $M/(2\Delta)$ , т.е. на одном  $M/2$  периоде функции  $\Gamma_p^2(n)$  укладывается целое число периодов синуса.

Из леммы 3 следует, что на любом периодическом интервале  $J_{\beta, M/2} \square [\beta M/2, (\beta+1)M/2-1] \subset J_N$ , где  $\beta \in J_{2N/M} = \{0, 1, \dots, 2N/M-1\}$ , функция  $\sin\left(\Delta \frac{4\pi}{M}(n-\alpha/2)\right)$  является четной, а функция  $\Gamma_p^2(n + p/2)$  – нечетной относительно середины отрезка  $J_{\beta, M/2}$ , то есть точки  $M/4 - 1/2 + \beta M/2$ .

Таким образом, для того, чтобы сумма (36) обращалась в ноль, необходимо и достаточно, чтобы на каждом периоде  $J_{\beta, M/2}$  нулевое значение синуса попадало в точку симметрии функции  $\Gamma_p^2(n)$ :

$$\sin\left(\frac{4\pi}{M}\Delta\left(\frac{M}{4}-\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 0. \quad (40)$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$\alpha = \frac{M}{2} - 1 + q \frac{M}{2}, \quad q \in \square. \quad (41)$$

При этом значении  $\alpha$  сумма (36) обращается в ноль для любых  $p=0, 1, \dots, N-1$ , следовательно, выполняется условие (32), поэтому  $\alpha$  является экстремальной точкой функции  $f(\alpha)$ .

Проведенное рассмотрение позволяет сформулировать следующую теорему

*Теорема 2.* Пусть дискретная формирующая функция  $g[n]$ ,  $n \in J_N$ , входящая в описание (6)-(8) обобщенного ортогонального базиса Вейля-Гейзенберга  $V[J_N]$ ,

удовлетворяет свойству  $(N-1)$ -симметрии (37). Тогда наилучшая локализация базиса  $B[J_N]$  по критерию (21), а значит и критерию :

$$\|G(\alpha) - U\|_E^2 \rightarrow \min_{\alpha \in \square} \left( \min_{U \in A} \right), \quad (42)$$

достигается при значениях  $\alpha_{opt} = M/2 - 1 + qM/2$ ,  $q \in \square$ .

Аналогичное исследование можно провести и для случая, когда функция  $g[n]$  удовлетворяет свойству сопряженной  $N$ -симметрии (39). Полученный результат сформулируем в виде теоремы.

**Теорема 3.** Пусть в условиях теоремы 2 формирующая функция  $g[n]$  удовлетворяет свойству сопряженной  $N$ -симметрии (39). Тогда наилучшая, в смысле критерия (42), локализация обобщенного ортонормированного базиса Вейля-Гейзенберга  $B[J_N]$  достигается при значения параметра  $\alpha_{opt} = M/2 + qM/2$ ,  $q \in \square$ .

### Результаты моделирования

На рис.1 представлены графики дискретной базисной функции Габора и оптимальной базисной функций (19) на интервале от 0 до  $N-1$ , где  $N = LM$  ( $L=12$ ,  $M=16$ ), в случае  $(N-1)$ -симметрии при значении  $\alpha = \alpha_{opt} = M/2 - 1$ . Для наглядности кривые сдвинуты в середину интервала. Видно, что оптимальная базисная функция  $g[n - N/2]$  достаточно близка к исходной функции Габора  $g_0[n - N/2]$ .

Смещение  $\alpha$  от оптимального значения приводит к исчезновению симметрии формирующего импульса и к увеличению его «боковых лепестков» (рис.2). При  $\alpha > \alpha_{opt} = M/2 - 1$  увеличиваются боковые лепестки справа, а при  $\alpha < \alpha_{opt}$  – слева.

Общие закономерности поведения базисных функций сохраняются и для случая сопряженной  $N$ -симметрии.

При этом, как видно из результатов расчета, представленных в таблице 1, оптимальным с точки зрения локализации базиса по критерию (42) является случай сопряженной  $N$ -симметрии (39).

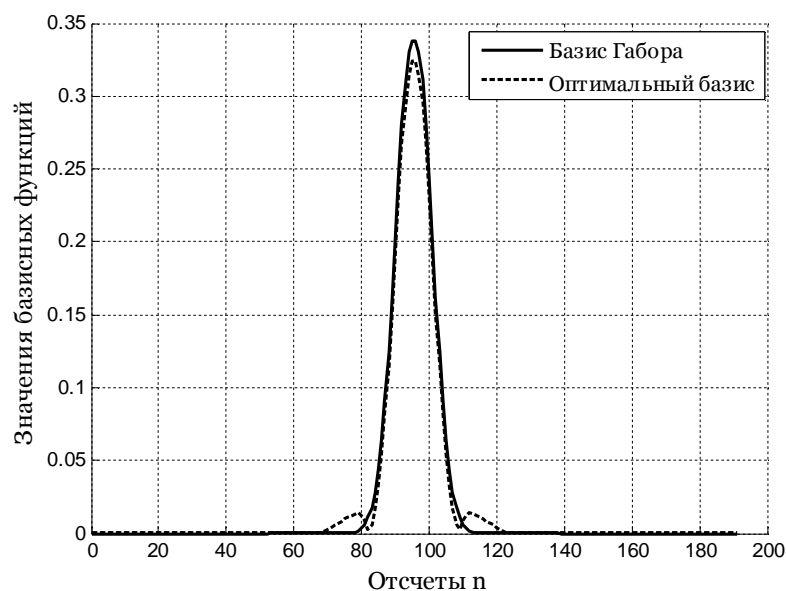


Рис.1. Графики исходной базисной функции Габора  $g_0[n - N/2]$  и оптимальной базисной функции  $g[n - N/2]$  при  $\alpha_{opt} = M/2 - 1$

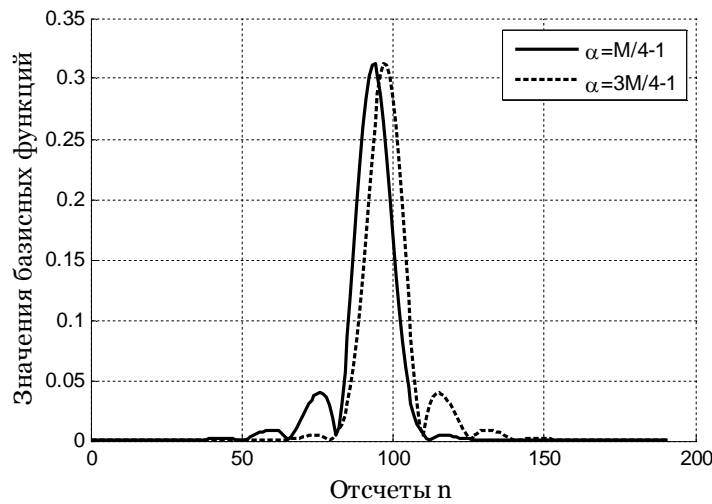


Рис.2. Графики базисной функции  $g[n - N/2]$  при  $\alpha \neq \alpha_{opt}$  ( $\alpha = M/4 - 1 < \alpha_{opt}$ ,  $\alpha = 3M/4 - 1 > \alpha_{opt}$ )

Таблица 1

Норма разности  $F(\alpha)$  между матрицами базисов для различных  $\alpha$  ( $L=12, M=16$ )

	Неоптимальное значение $\alpha = 12$	Неоптимальное значение $\alpha = 4$	$\alpha = M/2 - 1 = 7$	$\alpha = M/2 = 8$
(N-1)-симметрия	41,28	18,06	<b>2,84</b>	4,61
Сопряженная N-симметрия	29,42	29,42	3,07	<b>1,15</b>

На рис.3 видно, что модуль спектра  $g_*[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \left| \sum_{n=0}^{N-1} g[n] e^{-j2\pi kn/N} \right|$  базисной функции  $g[n]$  не зависит от  $\alpha$  и является четной функцией.

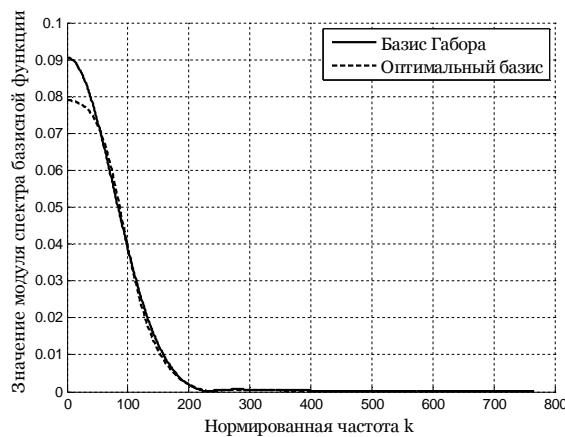


Рис.3. Графики модуля спектра базисной функции Габора  $g_{0*}[k]$  и оптимальной базисной функции  $g_*[k]$  ( $\alpha \in \square$ )



### Выводы

Приведенный в работе результат показывает, что дополнительная оптимизация по фазовому параметру  $\alpha$  позволяет значительно улучшить характеристики локализации базисов в частотно-временной области.

Выбор оптимального значения  $\alpha$  зависит от вида симметрии формирующего импульса  $g[n]$ . Показано, что наилучшая локализация обеспечивается в случае сопряженной  $N$  - симметрии.

Отклонение от полученного оптимального значения  $\alpha_{opt}$  приводит к нарушению симметрии формирующей базисной функции во временной области, и как следствие к ухудшению ее временной локализации. Однако, при этом хорошая локализация в частотной области сохраняется.

Полученные результаты могут быть использованы для построения цифровых OFDM/OQAM систем с хорошими частотно-временными характеристиками локализации. Применение таких базисов позволяет формировать оптимальные OFDM сигналы, обладающие наименьшей чувствительностью к межканальной и межсимвольной интерференции и низким уровнем внеполосного излучения [3,4].

### Литература

1. Прокис, Дж. Цифровая связь [Текст]: пер. с англ. / Дж. Прокис; Под ред. Д.Д. Кловского. – Москва: Радио и связь, 2000.
2. Le Floch B. Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex [Текст] / B. Le Floch, M. Alard, C. Berrou // Proceedings of the IEEE. – 1995. – vol.83. – №6. – P. 982-986.
3. Bolcskei, H. Efficient design of OFDM/OQAM pulse shaping filter [Текст] / H. Bolcskei, D. Duhamel, R. Hleiss // Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC 99). – 1999. – vol.1. – P. 559-564.
4. Волчков, В. П. Сигнальные базисы с хорошей частотно-временной локализацией [Текст] / В. П. Волчков // Журнал «Электросвязь». – 2007. – №2. – С. 21-25.
5. Kozek, W. Nonorthogonal pulseshapes for multicarrier communications in doubly dispersive channels [Текст] / W. Kozek, A. F. Molisch // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1998. – vol.16. – №8. – P. 1579-1589.
6. Хорн, Р. Матричный анализ [Текст] / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – Москва: Мир, 1989.
7. Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – Москва: Техносфера, 2006.

## ORTHOGONAL WEYL-HEISENBERG BASIS OPTIMISATION FOR DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS BASED ON OFDM/OQAM

V.P. Volchkov<sup>1)</sup>

D.A. Petrov<sup>2)</sup>

The article considers the algebraic method of receiving of generalized orthogonal Weyl-Heisenberg basis well localized simultaneously in time and frequency domain. Optimal magnitudes of phase parameter are calculated given several type of symmetry of basis prototype function. Presented results of calculation confirm good localization characteristics and let to select the best type of symmetry.

Key words: digital communication systems, OFDM, OQAM, Weyl-Heisenberg basis, orthogonalization, optimization.



## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Белов С.П.** кандидат технических наук, старший научный сотрудник, докторант Белгородского государственного университета 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет;  
e-mail: belov@bsu.edu.ru, тел. 4722-30-13-58
- Белов А.С.** аспирант кафедры вычислительной математики и компьютерного моделирования Белгородского государственного университета
- Бидыло М.И.** кандидат экономических наук, доцент кафедры экономической кибернетики Харьковского национального аграрного университета им. В.В. Докучаева.62483, г. Харьков, п/о Коммунист-1 ХНАУ им. В.В. Докучаева; e-mail: mbidylo@yahoo.com  
тел (дом) +38 (0572) 99-77-82
- Бурданова Е.В.** Аспирант кафедры информационно-телекоммуникационных систем и технологий.308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет; e-mail: burdanova@bsu.edu.ru, тел. 30-13-57
- Волчков В.П.** доктор технических наук, профессор, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ) 115580, Москва, ул. Мусы Джалиля, д.5, корп.4, кв.704;  
e-mail: volchkovvalery@mail.ru, тел. 395-52-82 (дом),
- Денисов А.П.** Директор Представительства ФГУП «Производственное объединение «Маяк», г. Москва, ул. Ореховый бульвар д. 51 кв. 376;  
e-mail: apd59@mail.ru тел: 8-495-239-91-43
- Дубровин А.С.** кандидат технических наук, доцент по кафедре прикладной математики и экономико-математических методов, доцент кафедры информационных технологий моделирования и управления Воронежской государственной технологической академии.394088, Россия, г. Воронеж, ул. Хользунова, д. № 92, кв. № 103;  
e-mail: asd\_kiziltash@box.vsi.ru, тел. (0732) 66-33-20
- Жихарев А. Г.** студент кафедры прикладной информатики БелГУ 308015, Белгород, Победы, 85  
e-mail: matorin@bsu.edu.ru, тел. (472) 2 30 13 56
- Капалин В.И.** профессор каф. «Кибернетика» Московского государственного института электроники и математики (технического университета).  
109028, г. Москва, Б. Трехсвятительский пер., д. 3.  
E-mail: v\_kapalin@mail.ru
- Кривошеев О.Н.** директор департамента корпоративных продаж, компания "РК-ТЕЛЕКОМ"  
e-mail: okrivosheev@rktelecom.ru, тел. (495) 956-26-36,
- Маликов С.Н** Начальник отделения вычислительных Систем ОАО «НИИ супер ЭВМ»  
e-mail: myamlik@super-computer.ru, тел. 429-81-55
- Маторин С. И.** доктор технических наук, заведующий кафедрой прикладной информатики БелГУ; 308015, Белгород, Победы, 85  
e-mail: matorin@bsu.edu.ru, тел. (472) 2 30 13 56
- Михелев М.В.** аспирант кафедры прикладной информатики БелГУ 308015, Белгород, Победы, 85  
e-mail: Mikhelev\_M@bsu.edu.ru, тел. (472) 2 30 13 56



- Нгуен Дуи Чинь** преподаватель факультета «Морская инженерия» Университета транспорта г. Хошимин, Вьетнам. E-mail: duytrinh1981@gmail.com.
- Петров Д.А.** аспирант, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики125413, Москва, ул. Флотская, д.76, кв.24;e-mail: dapetroff@gmail.com, тел. +7-495-453-96-79(дом.),
- Привалов А.Н.** кандидат технических наук, доцент, член-корреспондент Академии информатизации образования, начальник кафедры «Математического, программного и информационного обеспечения АСУ» Тульского артиллерийского инженерного института. 300012, г. Тула, пр. Ленина, 149А, кв. 57, e-mail: alexandr\_prv@ Rambler.ru тел. (4872) 23-58-30
- Прохоренко Е.И.** кандидат технических наук, доцент кафедры информационно-телекоммуникационных систем и технологий Белгородского государственного университета.308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет; e-mail: prohorenko@bsu.edu.ru, тел. 30-13-54.
- Сумин В.И.** доктор технических наук, профессор, начальник кафедры информационно-технического обеспечения органов внутренних дел Воронежского института Министерства Внутренних Дел России. 394065, Россия, г. Воронеж, пр. Патриотов, 53; тел. (0732) 47-64-77
- Татаринovich Б.А.** кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры геодезии Харьковского национального аграрного университета им. В.В. Докучаева 62483, г. Харьков, п/о Коммунист-1 ХНАУ им. В.В. Докучаева
- Трубицин С. Н.** заместитель генерального директора Федерального государственного унитарного предприятия «Российская телевизионная и радиовещательная сеть».127427, Москва, Академика Королева, 15, e-mail: strubicin@rtrn.ru, тел. (495) 602 41 14
- Тубольцев М.Ф.** кандидат технических наук, доцент кафедры математического и программного обеспечения информационных систем 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет; e-mail: Tuboltsev@bsu.edu.ru, тел. 30-13-57
- Тютин Н.Н.** Зам.генерального директора – директор отделения телекоммуникаций ОАО «НИИ супер ЭМ» 117437, г.Москва, ул. Академика Волгина, д.33 e-mail: tiutin@super-computer.ru, тел. 429-83-00
- Успенский И.М.** аспирант ОАО «НИИ супер ЭМ», начальник управления ЗАО «МУВИКОМ».117437, г. Москва, Мичуринский проспект, Олимпийская деревня, д.1. тел. 797-88-99
- Цоцорина Н.В.** аспирант кафедры прикладной информатики БелГУ 308015, Белгород, Победы, 85.e-mail: Tsotsorina@bsu.edu.ru, тел. (472) 2 30 13 56
- Чванин О.Н.** аспирант ГОУ «МАРТИТ», инженер ОАО «НИИ супер ЭВМ» 117437, г.Москва ул. Академика Волгина, д.33 e-mail: oleg@ristec.ru, тел. 429-83-55
- Черноморец А.А.** кандидат технических наук, доцент кафедры информационно-телекоммуникационных систем и технологий Белгородского государственного университета.308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет; e-mail: chernomorets@bsu.edu.ru, тел. 30-13-54.



**Чудинов С.М.**

Д.т.н., профессор, зам. генерального директора ОАО «НИИ супер ЭМ». 117437, г.Москва, ул. Академика Волгина, д.33  
e-mail: chudinov@super-computer.ru, тел. 429-83-55

## ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

### Уважаемые коллеги!

Материалы необходимо высылать на бумажном носителе и в электронном виде (сайт журнала <http://unid.bsu.edu.ru/unid/res/pub/index.php>):

- в 2-х экземплярах на бумажном носителе по адресу: 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет;
- NTitova@bsu.edu.ru – Титова Нина Сергеевна, технический секретарь серии журнала, тел. (4722) 30-13-00 добавочный 2016;
- Chernomorets@bsu.edu.ru – Черноморец Андрей Алексеевич, секретарь серии журнала

Статьи, отклоненные редколлегией, к повторному рассмотрению не принимаются. Материалы, присланные без соблюдения правил, редколлегией не рассматриваются.

### ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ СЕРИИ «ИСТОРИЯ. ПОЛИТОЛОГИЯ. ЭКОНОМИКА. ИНФОРМАТИКА» ЖУРНАЛА «НАУЧНЫЕ ВЕДОМОСТИ БЕЛГУ»

В материалы включается следующая информация:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1) УДК научной статьи;  | } | <i>на русском<br/>и английском<br/>языках</i> |
| 2) аннотация статьи (не более 1200 знаков);   |   |   |
| 3) ключевые слова;  |   |   |
| 4) сведения об авторах (Ф.И.О., должность с указанием места работы (без сокращений), ученая степень, ученое звание, почтовый адрес, адрес электронной почты (если имеется), контактные телефоны); |   |   |
| 5) внешняя рецензия доктора наук (для аспирантов и кандидатов наук);  | } | <i>на русском<br/>языке</i>                   |
| 6) текст статьи;  |   |   |
| 7) ссылки.  |   |   |

#### Технические требования к оформлению текста

1. Текст набирается в Microsoft Word 2000/2003. Лист – А4, портретный. Без переносов.
2. Поля:
  - правое – 1,5 см;
  - левое – 3,0 см;
  - нижнее – 2,0 см;
  - верхнее – 2,0 см.
3. Шрифт:
  - гарнитура: текст – **Georgia**; УДК, название, ФИО автора – **Impact**;
  - размер: в тексте – **11 пт**; в таблице – **9 пт**; в названии – **14 пт**.
4. Абзац:
  - отступ 1,25 мм, выравнивание – по ширине;
  - межстрочный интервал – одинарный.



## 5. Ссылки:

- номер ссылки размещается в квадратных скобках перед знаком препинания (перед запятой, точкой);

- нумерация – автоматическая, сквозная;
- текст сноски внизу каждой страницы;
- размер шрифта – 10 пт.

6. Объем статей: до **8 страниц (Georgia, 11 пт)**.

7. Формулы набираются в «Редакторе формул» Word, допускается оформление формул только в одну строку, не принимаются формулы, выполненные в виде рисунков, формулы отделяются от текста пустой строкой.

8. Требования к оформлению статей, таблиц, рисунков приведены в прил. 1, 2, 3.



Приложение 1. Оформление статьи

УДК 65.01

## КЛЮЧЕВЫЕ ВЫЗОВЫ РАЗВИТИЮ РЕГИОНА В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ РОССИЙСКОЙ ЭКОНОМИКИ\*

**А.В. ИВАНОВ<sup>1)</sup>**  
**Л.Н. ПЕТРОВ<sup>2)</sup>**

*<sup>1)</sup> Департамент экономического  
развития Белгородской области*

*<sup>2)</sup> Белгородский государственный  
университет*

*e-mail: bor@bsu.edu.ru*

При выборе пути инновационного развития необходимо учитывать возможные риски и ограничения социально-экономического развития, продуцированные перспективами постепенного вступления России в единое мировое экономическое пространство. В работе рассмотрены ключевые вызовы развитию России и регионов на долгосрочную перспективу.

Ключевые слова: глобализация, вызовы развитию, риски и ограничения социально-экономического развития, региональная политика.

---

В последние годы в российском обществе обозначился явный дефицит долгосрочного (на 10-15 и более лет) видения перспектив развития национальной экономики<sup>1</sup>.

## KEY CALLS TO DEVELOPMENT OF REGION IN CONDITIONS GLOBALIZATION OF THE RUSSIAN ECONOMY

A.V. IVANOV<sup>1)</sup>  
L.N. PETROV<sup>2)</sup>

*<sup>1)</sup> Department of economic  
development of the Belgorod area*

*<sup>2)</sup> Belgorod state university*

*e-mail: bo@bsu.edu.ru*

At a choice of a way of innovation of development it is necessary to take into account the risks and restrictions of socio economic development, producing by prospects of the gradual introduction of Russia in uniform world economic space are possible. In work the key calls to development of Russia and regions on long-term prospect are considered.

Key words: globalization, calls to development, risks and restrictions of socio economic development, regional policy.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Иванов А.В.**

кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и права Белгородского государственного университета  
308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Белгородский государственный университет;  
e-mail: dizelsnab@mail.ru, тел. 33-22-44

---

<sup>1</sup> Караганов С.А. XXI век и интересы России // Современная Европа. – 2004. – №3. – С.6; Айналов Д.В. Эллинистические основы византийского искусства. – СПб., 1900. – С.2.



*Приложение 2. Оформление таблиц*

1. Каждая таблица должна быть пронумерована справа, иметь заголовок, расположенный по центру.

*Таблица 1*

**Рейтинговая оценка ЦФО за 1999-2004 гг.**

Регионы	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	В среднем за	
							1999-2001 гг.	2002-2004 гг.
РФ	1,3222	1,5091	1,3470	1,4661	1,5940	1,6954	1,3928	1,5852
ЦФО	1,5028	1,9389	1,7210	1,6149	1,6888	1,6930	1,7209	1,6656

2. Таблицы не должны выходить за границы полей страницы слева и справа.

*Таблица 1*

**Рейтинговая оценка ЦФО за 1999-2004 гг.**

Регионы	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	В среднем за	
							1999-2001 гг.	2002-2004 гг.
РФ	1,3222	1,5091	1,3470	1,4661	1,5940	1,6954	1,3928	1,5852
ЦФО	1,5028	1,9389	1,7210	1,6149	1,6888	1,6930	1,7209	1,6656

3. Если таблица располагается на 2-х страницах, ее столбцы должны быть пронумерованы на каждой новой странице, так же, как на первой.

*Таблица 1*

**Рейтинговая оценка ЦФО за 1999-2004 гг.**

Регионы	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	В среднем за	
							1999-2001 гг.	2002-2004 гг.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
РФ	1,3222	1,5091	1,3470	1,4661	1,5940	1,6954	1,3928	1,5852
ЦФО	1,5028	1,9389	1,7210	1,6149	1,6888	1,6930	1,7209	1,6656

Таблица, расположенная на первой странице.

*Продолжение табл. 1*

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Белгородская область	1,2620	0,4169	2,2612	1,0176	1,2012	0,6413	1,3134	0,9534
Брянская область	0,9726	0,4817	0,5612	1,8653	0,9064	1,6898	0,6718	1,4872

Таблица, расположенная на следующей странице.

Приложение 3. Оформление графических объектов

1. Изображение каждого графического объекта должно иметь номер и заголовок, расположенные по центру рисунка.

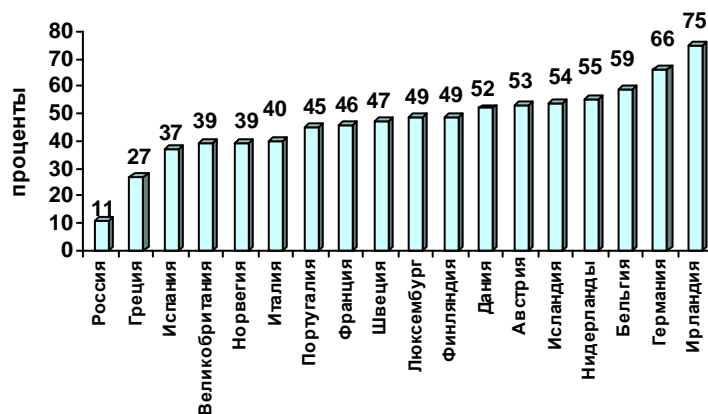


Рис. 1. Уровень инновационной активности в России, странах ЕС, Норвегии, Исландии

2. Изображение графического объекта должно быть в виде рисунка или сгруппированных объектов.

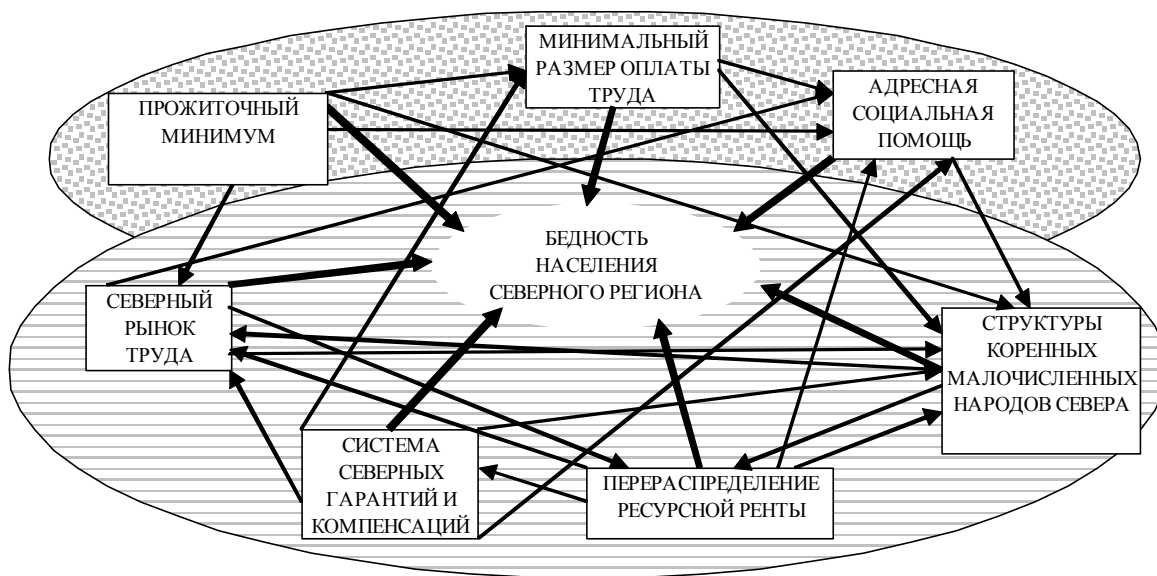


Рис. 2. Институциональная среда существования бедности населения северного региона России

3. Изображение графического объекта не должно выходить за пределы полей страницы.

4. Изображение графического объекта не должно превышать одной страницы.

За публикацию рукописи в журнале «Научные ведомости Белгородского государственного университета» плата с авторов не взимается.